Session 2001 | 0106 - REA ST B

E1 - EPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

SOUS EPREUVE B1 - MATHEMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Durée : 2 heures - Coefficient : 2

Documents remis au candidat : 7

- Texte du sujet	: feuilles : 1/7 - 2/7 - 3/7 - 4/7 - 5/7
- Graphique	: feuilles : 6/7
- Formulaire	: feuille : 7/7

La feuille 6/7 devra être encartée dans une copie double anonymée.

NOTA : Dès la distribution du sujet, assurez-vous que l'exemplaire qui vous a été remis est conforme à la liste ci-dessus ; s'il est incomplet, demandez un nouvel exemplaire au responsable de salle.

Sciences physiques - 5 points

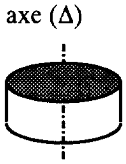
Exercice 1 : Mécanique - 3 points

Dans la revue scientifique Science et Vie de janvier 97, on peut lire un article traitant des volants d'inertie. L'auteur de l'article y explique comment un ingénieur américain a conçu et fabriqué un disque en fibre de carbone capable de tourner à la vitesse incroyable de 100 000 tours par minute. Outre les difficultés techniques rencontrées, l'article décrit chiffres à l'appui, une des applications possibles de cette invention : le stockage de l'énergie sur les véhicules. Voici un extrait de cet article :

« Le disque seul pèse 22,7 kg. Il a 30,5 cm de diamètre et 7,5 cm d'épaisseur et tourne à 100 000 tr/min, soit près de 1700 tours par seconde. Ce qui lui permet d'emmagasiner une énergie de 4 kWh. Transposons cette valeur au cas d'un cycliste qui dépense en moyenne 100 W pour rouler à 25 km/h. Ces 4 kWh lui permettront de rouler pendant quarante heures, donc de parcourir 1000 km sans poser les pieds sur les pédales. »

Le but de cet exercice est de vérifier certains chiffres avancés par l'auteur de cet article . On choisira dans le texte les seules données qui sont nécessaires aux calculs.

On suppose que le disque tourne à la vitesse de 100 000 tr/min.



n = 100 000 tr/min

1.1 - Exprimer cette vitesse de rotation en tr/s. On fera le calcul exact puis le résultat sera arrondi au tr/s près.

1.2 - Calculer sa vitesse angulaire, ω, en rad/s.

2 - Calculer son moment d'inertie J_Δ, sachant que pour un disque homogène plein, $J_\Delta = \frac{1}{2} mR^2$. On précisera l'unité légale requise pour J_Δ.

3 - Calculer l'énergie cinétique emmagasinée par ce disque lorsqu'il tourne à 100 000 tr/min. On exprimera le résultat en unité légale puis on le convertira en kWh.

<u>Rappels</u> : $E_c = \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2$ 1 kWh = $3{,}6 \times 10^6$ J.

Exercice 2 : Electricité - 2 points

Un moteur asynchrone triphasé a les caractéristiques suivantes, lues sur la plaque signalétique :

Puissance mécanique utile	: $P_u = 1{,}5$ kW
Facteur de puissance	: $\cos \varphi = 0{,}8$
Vitesse de rotation	: $n = 1410$ tr/min

Ce moteur fonctionne sur le réseau triphasé 230V/400V et absorbe une puissance active $P_a = 1940$W, mesurée avec un wattmètre .

1 - Calculer l'intensité dans un fil de ligne.

2 - Calculer le rendement η_1 de ce moteur.

3 - Calculer le moment de son couple moteur.

Rappels:

$P = U\, I \sqrt{3} \cos \varphi$ (avec U = tension efficace entre 2 phases)

$P = 2\pi\, n\, M$ avec n exprimée en tr/s

Mathématiques - 15 points

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

Un présentoir rotatif hexagonal (Voir figure 1, annexe 1) comporte six bacs amovibles, identiques, en tôle d'acier. Chaque bac a une base triangulaire.

Partie A : Géométrie - 6 points

La figure 2 (annexe 1) représente le développement d'un bac à l'échelle 1/10ème. Ce bac est formé d'un triangle équilatéral ABC, bordé par trois rectangles identiques.
Dans cette partie, on se place dans le cas particulier où la profondeur d'un bac est x = 0,15 m.
Dans tout le problème, les longueurs sont à calculer en mètres.

1 - Calculer KA.

2 - Déduire AH.

3 - Calculer AC. Le résultat est arrondi au centimètre.

4.1 - Calculer l'aire $\mathcal{A}$ du triangle équilatéral ABC. Le résultat est arrondi à 0,01 m²..

4.2 - Déduire la contenance V d'un bac. Le résultat est arrondi au litre.

5.1 - Montrer que l'aire totale $\mathcal{A}_t$ de la surface développée d'un bac (triangle équilatéral et trois rectangles) est $\mathcal{A}_t$ = 1,06 m². Les résultats sont arrondis à 0,01 m².

5.2 - Sachant que la tôle a pour épaisseur 1 mm, calculer le volume de tôle nécessaire à la fabrication d'un bac. Arrondir le résultat à 0,001 m³.

5.3 - Sachant que la masse volumique de l'acier est ρ = 7 800 kg/m³, calculer la masse d'un bac. Le résultat est arrondi à 0,1 kg.

Partie B : Etude d'une fonction - 6 points

Soit la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 0,8] par :

$$f(x) = 0{,}25\,x^3 - 0{,}4\,x^2 + 0{,}16\,x.$$

1 - Déterminer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.

2 - Résoudre l'équation du second degré :

$$0{,}75\,x^2 - 0{,}8\,x + 0{,}16 = 0.$$

Donner la valeur exacte d'une solution x_1 et la valeur approchée arrondie au centième de l'autre solution x_2. Dans la suite, on admet que $x_2 = \frac{4}{15}$

3 - Compléter le tableau de variation de la fonction f figurant sur l'annexe 2 : placer la valeur manquante sur la ligne x, les deux 0 sur la ligne $f'(x)$ et les flèches de variation sur la ligne $f(x)$.

4 - Compléter le tableau de valeurs figurant sur l'annexe 2. Arrondir les valeurs au millième.

5 - Tracer la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 0,8], dans le repère figurant sur l'annexe 2.

Partie C : Exploitation des résultats - 3 points

Dans cette partie, chaque bac de forme triangulaire a une profondeur x, en mètre, variable entre 0 et 0,8 m. On admet que la contenance $V(x)$ d'un bac, en m^3, a pour expression :

$$V(x) = 3\sqrt{3} \times f(x)$$

dans laquelle f est la fonction définie dans la partie B.

1 - On admet que la contenance du bac varie comme la fonction f.

1.1 - Pour quelle profondeur x du bac, sa contenance $V(x)$ est-elle maximum ?

1.2 - Calculer cette contenance maximum. Le résultat est arrondi au litre.

2 – Retour sur le résultat obtenu à la question 4.2 de la partie A.

2.1 - Repérer graphiquement la valeur de $f(x)$ pour $x = 0,15$ m. Déduire la contenance $V(x)$ correspondante.

2.2 - Pour quelle autre valeur de x la contenance du bac est-il la même ?
Laisser apparents les traits permettant la lecture graphique.

ANNEXE 1

figure 1

Présentoir
(vue de dessus)

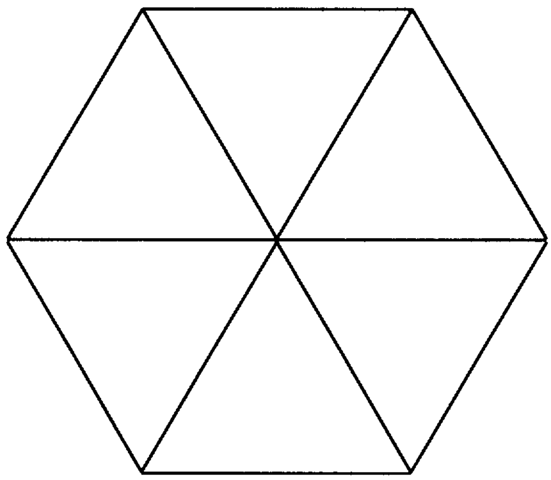
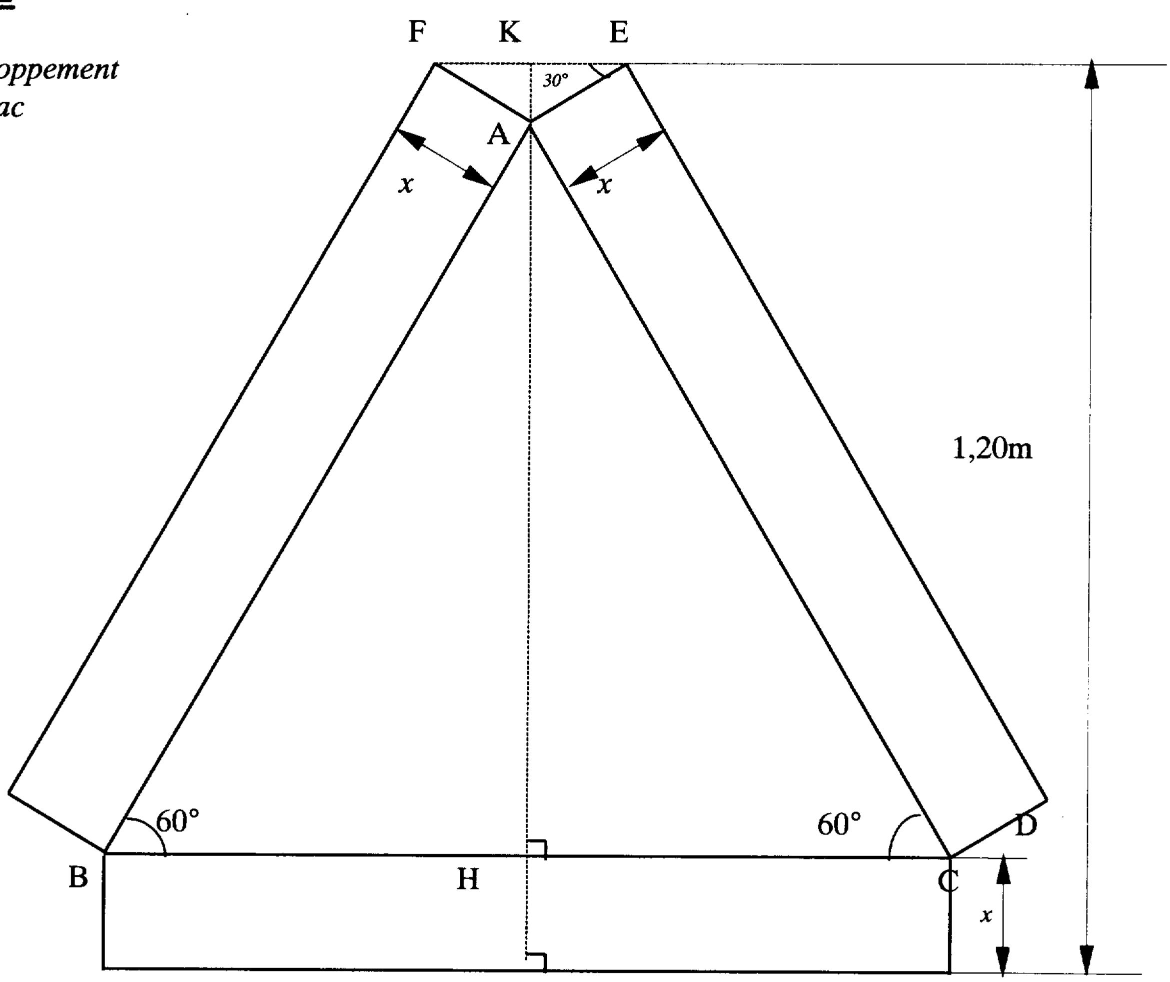


figure 2

Développement
d'un bac



ANNEXE 2

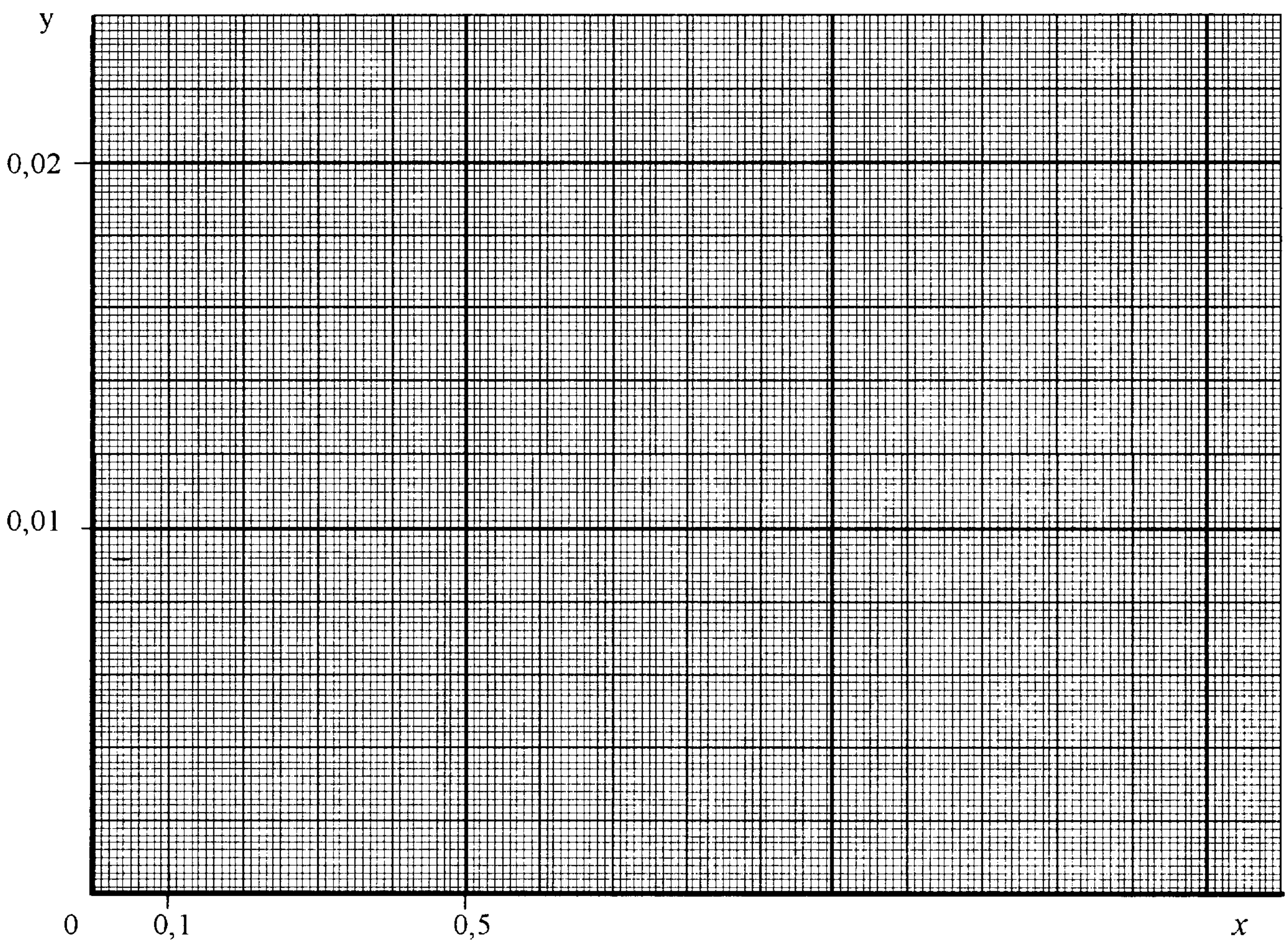
A RENDRE AVEC LA COPIE

Tableau de variation

x	0	......	$0{,}8$
$f'(x)$	$+$	$-$	
$f(x)$			

Tableau de valeurs arrondies au millième

x	0	0,1	0,2	$\frac{4}{15}$	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$f(x)$	0		0,018		0,016		0,006		



FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\quad$ $\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 . q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\qquad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

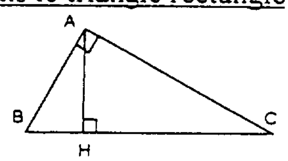
Variance

$$V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i\, x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$