BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

ARTISANAT ET MÉTIERS D'ART
OPTION COMMUNICATION GRAPHIQUE

<u>SESSION DE JUIN 2001</u>

E1 : ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE
SOUS-ÉPREUVE B1 - UNITÉ 12

MATHÉMATIQUES & SCIENCES PHYSIQUES

Ce sujet comporte 10 pages, dont une page de garde et une page "formulaire de mathématiques".
Les documents à rendre avec la copie seront agrafés par le surveillant sans indication d'identité du candidat.
Les exercices de mathématiques et de sciences physiques seront rédigés sur la même copie.

<u>Barème :</u>
Tous les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre différent, à condition de respecter la numérotation.

- **Mathématiques : 13 points**
- **Sciences physiques : 7 points.**

L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les calculatrices de poche (format maximal 21 cm × 15 cm), y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

L'échange de calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit.

SUJET			
Repère de l'épreuve	**Durée**	**Coefficient**	**Page**
0106-AMA C ST B	2H 00	2	1/10

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \dfrac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \dfrac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\qquad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

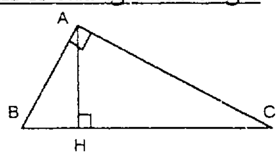
Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\dfrac{a}{\sin \widehat{A}} = \dfrac{b}{\sin \widehat{B}} = \dfrac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v}\,' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}\,' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}\,' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}\,' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}\,'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}\,')$

$\vec{v}.\vec{v}\,' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}\,'$

MATHÉMATIQUES (13 points)

Un grand parfumeur désire utiliser l'étoile comme symbole pour illustrer son parfum ASTRE. Il s'inspire de l'étoile régulière à cinq branches AFBGCHDIEJA représentée ci-dessous, pour créer sa propre étoile dynamisée A'F'B'G'C'H'D'I'E'J'A'.
Pour le nom ASTRE qui figure également sur les flacons, il s'intéresse particulièrement à la première lettre A en utilisant une police spécifique.

EXERCICE N° 1 : (6 points)

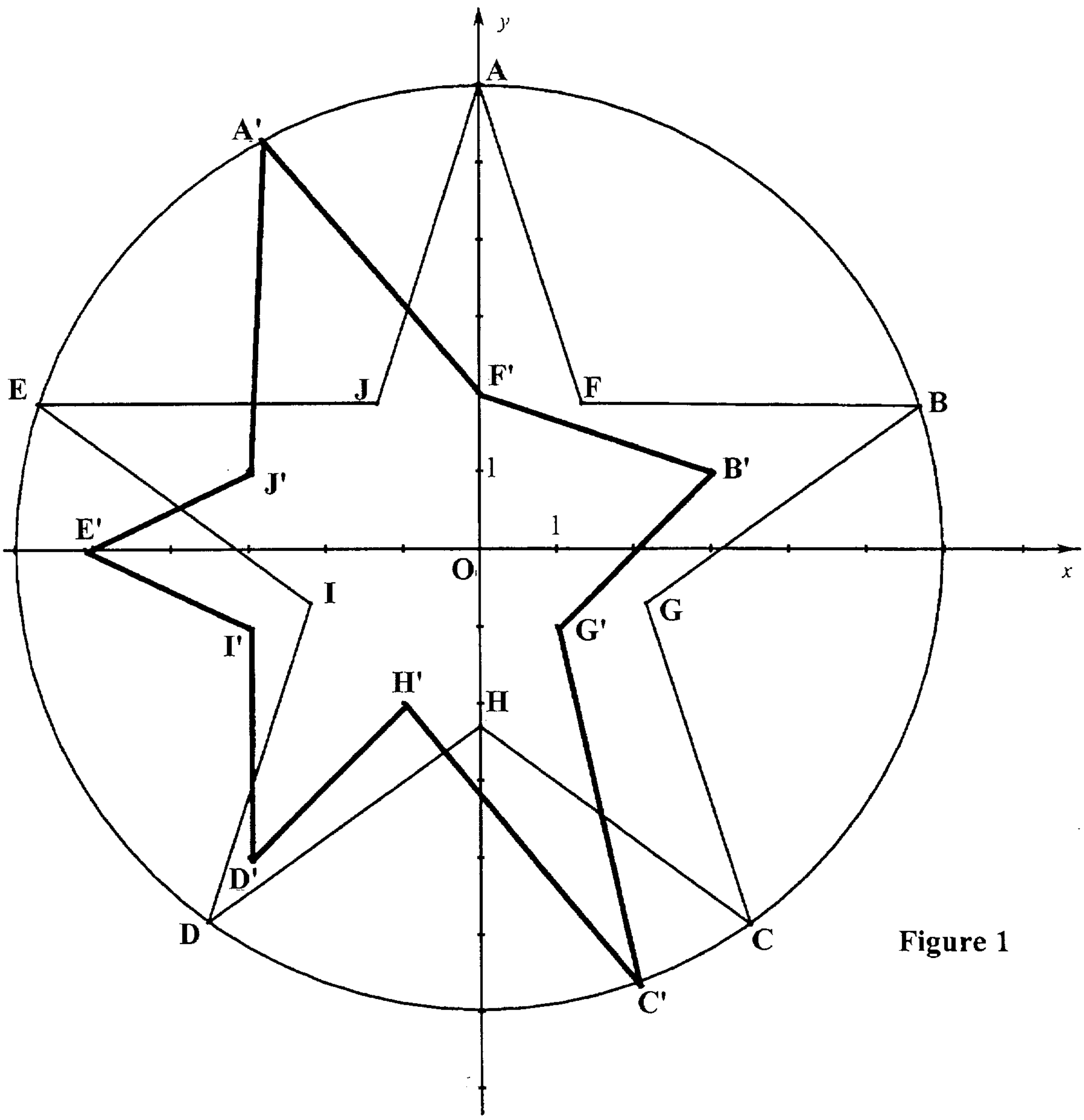


Figure 1

Il paraît évident, par simple observation, que la mesure de l'angle $\hat{B}'$ est supérieure à celle de l'angle $\hat{B}$. Mais il est plus difficile de conclure de manière visuelle pour les angles $\hat{A}$ et $\hat{A}'$. La démarche mathématique suivante va le permettre.

Dans le plan muni du repère orthonormal d'origine O de la figure 1, les coordonnées des points suivants sont données :

A (0 ; 6)	A' (– 2,82 ; 5,29)
F (1,35 ; 1,86)	F ' (0 ; 2)
J (– 1,35 ; 1,86)	J ' (– 3 ; 1)

1/ Calculer, éventuellement à l'aide du formulaire, les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{AJ}$, $\overrightarrow{A'F'}$ et $\overrightarrow{A'J'}$.

2/ Calculer la valeur exacte des produits scalaires $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AJ}$ et $\overrightarrow{A'F'} \cdot \overrightarrow{A'J'}$.

3/ Calculer les normes $\|\overrightarrow{AF}\|$, $\|\overrightarrow{AJ}\|$, $\|\overrightarrow{A'F'}\|$ et $\|\overrightarrow{A'J'}\|$. Arrondir au centième.

4/ Exprimer le produit scalaire $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AJ}$ en fonction du cosinus de l'angle $\widehat{FAJ}$.

5/ Faire de même pour le produit scalaire $\overrightarrow{A'F'} \cdot \overrightarrow{A'J'}$ en fonction du cosinus de l'angle $\widehat{F'A'J'}$.

6/ En déduire les valeurs des angles $\widehat{FAJ}$ et $\widehat{F'A'J'}$. Arrondir au degré.

7/ Écrire une phrase de conclusion permettant de comparer les mesures des angles $\hat{A}$ et $\hat{A}'$.

EXERCICE N° 2 : (7 points)

Le concepteur utilise une police en "fraktur" simplifiée du 15 ème siècle pour la lettre A du parfum ASTRE (figure 2). Celle-ci est modélisée mathématiquement à l'aide des représentations graphiques de plusieurs fonctions.

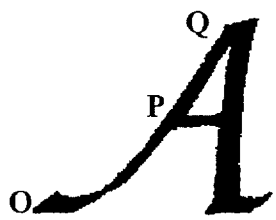


Figure 2

1/ *Étude de fonction.*

Soit la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 12] par $f(x) = -2x^2 + 41x - 189$.

a) Calculer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.

b) Résoudre l'équation $f'(x) = 0$ sur l'intervalle [0 ; 12].

c) Compléter le tableau de variation de la fonction f figurant en annexe 1.
Les valeurs de $f(0)$, $f(10{,}25)$ et $f(12)$ ne sont pas demandées.

d) Compléter le tableau de valeurs de la fonction f figurant en annexe 1 (à rendre avec la copie).

2/ *Représentations graphiques.*

Dans le repère orthogonal de l'annexe 1 sont tracées :

- La droite D_1 d'équation : $y = 6$
- La droite D_2 d'équation : $y = 0{,}25\,x + 9$
- La courbe C_1 d'équation : $y = 0{,}25\,x^2$.

a) Tracer dans le même repère la courbe représentative C_2 de la fonction f en se limitant aux points dont l'abscisse est comprise entre 7 et 8,5.

b) Le point d'intersection de la courbe C_1 et de la droite D_1 est noté P.
Déterminer graphiquement les coordonnées du point P, arrondies au dixième. Laisser apparent le trait permettant la lecture de l'abscisse de P.

c) Le point d'intersection de la courbe C_1 et de la droite D_2 est noté Q.
Montrer que l'abscisse de Q est une solution de l'équation : $x^2 - x - 36 = 0$.
En déduire l'abscisse de Q, arrondie au centième.

3/ *Modélisation de la lettre A.*

Pour réaliser cette lettre A à l'aide d'un traceur de courbes, il faut définir les intervalles sur lesquels les différentes fonctions doivent être représentées graphiquement.

a) Écrire, sans explication, l'intervalle sur lequel il faut représenter la fonction g définie par

$g(x) = 0{,}25\,x^2$ pour obtenir l'arc de courbe $\overset{\frown}{OPQ}$: cet intervalle est l'ensemble des abscisses des points de l'arc $\overset{\frown}{OPQ}$.

b) La courbe C_2 coupe :
la droite D_2 en un point noté R,
la droite D_1 en S,
et l'axe des abscisses en T.
Écrire de même, sans explication, l'intervalle sur lequel il faut représenter la fonction f

définie par $f(x) = -2\,x^2 + 41\,x - 189$ pour obtenir l'arc de courbe $\overset{\frown}{TSR}$.

Pour compléter la modélisation de la lettre, il suffira ensuite de tracer les segments de droite [QR] et [PS].

SCIENCES PHYSIQUES (7 POINTS)

EXERCICE N° 3 : *Optique géométrique* (4,5 points)

Le flacon de parfum est photographié avec un appareil numérique.
La notice de cet appareil indique :

- focale : 6,3 – 12,6 mm ;
- nombres d'ouverture : 2,8 – 4 – 5,6.

Question 1 :

Les nombres d'ouverture seront notés N.

Données : N = f/D f : distance focale de l'objectif de l'appareil
D : diamètre du diaphragme circulaire.

L'ouverture du diaphragme laisse passer une certaine quantité de lumière qui est reçue sur les capteurs CCD (cellules photosensibles).
La quantité de lumière est proportionnelle à l'aire de cette ouverture.

Données : $S = \pi D^2/4$ (S = aire du diaphragme circulaire de diamètre D).

a) Compléter le tableau 3.a de l'annexe 2 pour la distance focale f_1 = 12,6 mm, en calculant pour chaque ouverture N le diamètre D du diaphragme et l'aire S de cette ouverture.

b) Indiquer alors par quel coefficient est multipliée ou divisée (le préciser clairement) la quantité de lumière reçue par les capteurs, lorsque le nombre d'ouverture N passe d'une valeur à la valeur immédiatement supérieure.

Question 2 :

Étant donné sa position par rapport à l'appareil photo, le flacon est considéré comme étant à l'infini.
Déterminer à quelle distance de l'objectif se forme son image, lorsque la distance focale est f_1.

Question 3 :

Pour présenter son travail, le concepteur du flacon utilise un vidéo-projecteur pour projeter la "photographie" sur un écran. Son objectif est une lentille de distance focale f_2 = 50 mm.

a) Sur l'annexe 2 (3.b construction de l'image), tracer les rayons nécessaires à la construction de l'image A'B' d'un objet AB par cette lentille. AB représente la "photographie".

b) Indiquer la nature de l'image.

c) Déterminer un ordre de grandeur de la valeur du grandissement (arrondi à l'unité).

EXERCICE N° 4 : *Photométrie* (2,5 points)

L'œil en vision photopique et scotopique.

Le jour, nous sommes capables de bien voir l'ensemble des couleurs du spectre de la lumière blanche (couleurs de l'arc en ciel). C'est la vision photopique.

Au crépuscule, notre vision dite scotopique est différente.

Notre œil, pour chaque type de vision, est plus sensible à certaines couleurs.

1/ À l'aide des courbes de sensibilité de l'œil en annexe 3, déterminer graphiquement les longueurs d'onde de la lumière λ_J et λ_C donnant un maximum de visibilité le jour puis au crépuscule.

2/ Indiquer les couleurs correspondantes en s'aidant de l'annexe 3.

3/ Le parfumeur installe son parfum sur un présentoir recréant une ambiance crépusculaire. Quelle doit être la fréquence associée à la couleur du parfum pour qu'il soit bien visible ?

Données : $\lambda \cdot f = c$

λ : longueur d'onde exprimée en mètre (m)

f : fréquence exprimée en hertz (Hz)

c : célérité de la lumière exprimée en mètre par seconde : $c = 3.10^8$ m/s.

ANNEXE 1 (*À agrafer à la copie*)

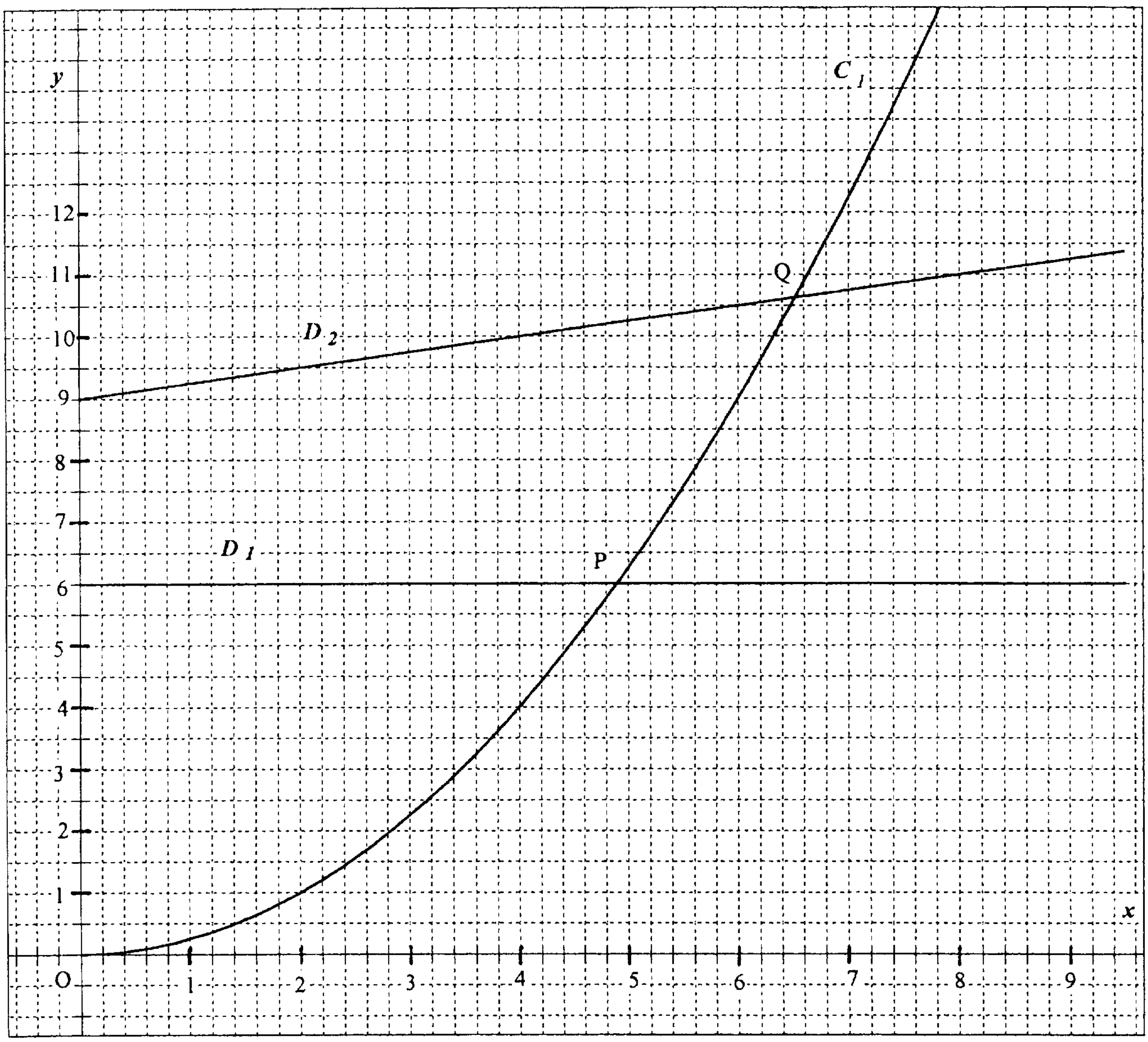
EXERCICE N° 2 : 1 c/ : Tableau de variation de la fonction *f*.

x	0	10,25	12
Signe de $f'(x)$			
Variation de la fonction f			

1. d/ : Tableau de valeurs de la fonction *f*.

x	7	7,5	8	8,5
$f(x)$		6		

2/ et 3/ : Représentations graphiques.

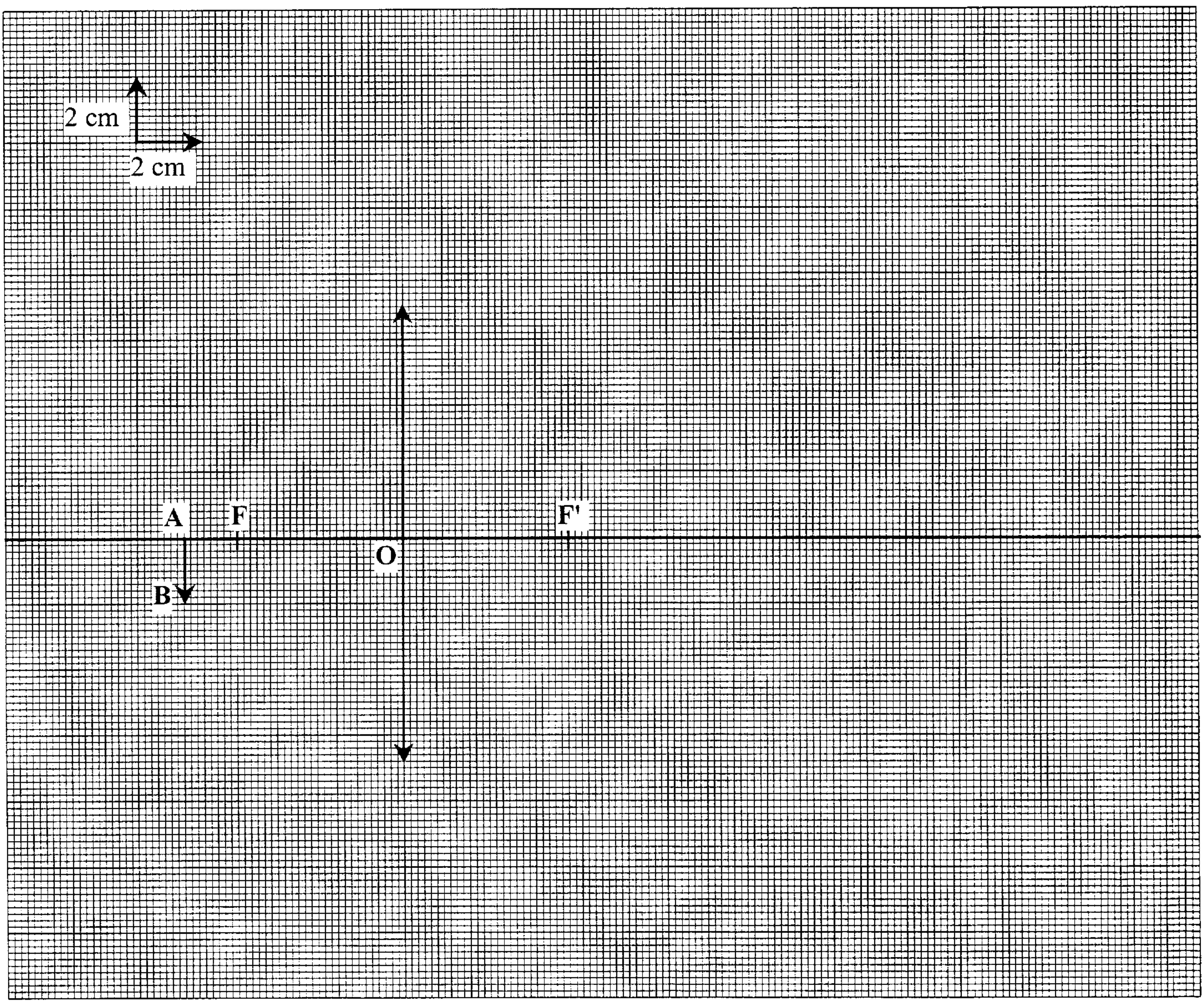


ANNEXE 2 (*À agrafer à la copie*)

3.a/ : Tableau :

N	2,8	4	5,6
D en mm			
S en mm^2 (arrondi à l'unité)			

3.b/ : Construction de l'image :



ANNEXE 3 (*À agrafer à la copie*)