BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

ÉTUDE ET DÉFINITION DE PRODUITS INDUSTRIELS

ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE E 1

SOUS-ÉPREUVE B 1 – UNITÉ 12

MATHÉMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Ce sujet comporte 7 pages.
La page 7/7 est à rendre avec la copie d'examen.

L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les calculatrices de poche (format maximal 21 x 15 cm), y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

L'échange de calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit.

SESSION JUIN 2002	
Durée	**Coefficient**
2 heures	**2**

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\quad$ $\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

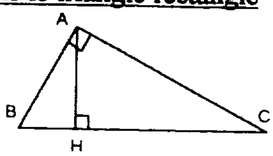
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\quad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

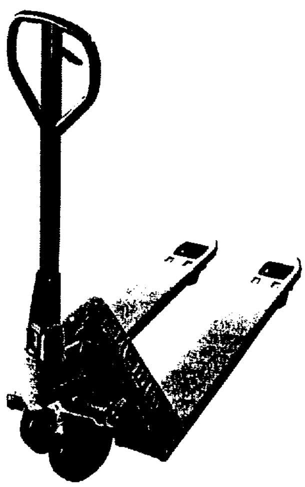
$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

MATHÉMATIQUES (15 points)

EXERCICE 1 – Étude d'un transpalette manuel (10 points)

Le schéma ci-dessous (fig.1) représente le bras de levier et la poignée d'un transpalette manuel.
La poignée est symétrique par rapport à l'axe vertical correspondant au bras de levier.
Le schéma (fig.2) représente la moitié d' une modélisation de cette poignée en position horizontale.



Transpallette manuel

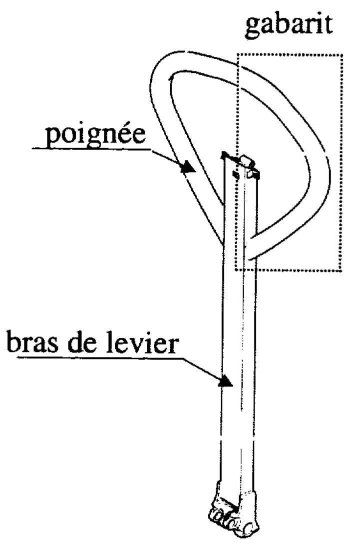


fig. 1

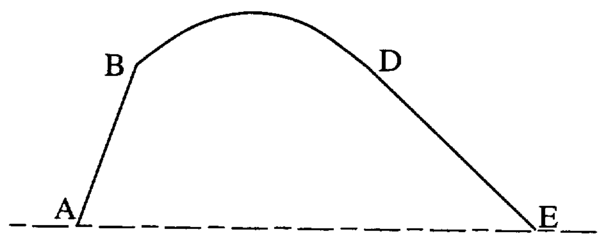


fig. 2

Cette modélisation est constituée des deux segments de droite [AB] et [DE] et de l'arc de courbe BD.
L'objectif est de représenter la modélisation de cette moitié de poignée dans le plan rapporté au repère figurant sur **l'annexe** (à rendre avec la copie).

Partie A – Segment de droite [AB]

1) Placer les points A (1 ; 0) et B (2 ; 3) dans le repère de **l'annexe**.

2) Tracer le segment [AB] dans le repère de **l'annexe**.

Partie B – Arc de courbe BD

1) Relever les coordonnées entières du point D dans le repère de **l'annexe**.

2) L'arc de courbe BD est la représentation graphique d'une fonction f définie sur l'intervalle $[2\ ;\ 6]$ par $f(x) = a\,x^2 + b\,x$, où a et b sont des coefficients à déterminer.

a) Les coordonnées du point B permettent d'obtenir la relation, admise, $4\,a + 2\,b = 3$.
Établir la relation obtenue à partir des coordonnées du point D.

b) Ces deux relations forment un système équivalent au système suivant : $\begin{cases} 4\,a + 2\,b = 3 \\ 36\,a + 6\,b = 3 \end{cases}$

Résoudre ce système.
En déduire l'expression de $f(x)$.

3) Dans cette question on admet que l'arc de courbe BD est la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle $[2\ ;\ 6]$ par : $f(x) = -\dfrac{1}{4}\,x^2 + 2\,x$.

a) Déterminer $f\,'(x)$ où $f\,'$ est la dérivée de la fonction f.

b) Résoudre l'équation $f\,'(x) = 0$.

c) Compléter le tableau de variation de la fonction f figurant sur **l'annexe**.

d) Compléter le tableau de valeurs de la fonction f figurant sur **l'annexe**. Donner les valeurs exactes.

e) Tracer la représentation graphique C de la fonction f dans le repère de **l'annexe**.

Partie C – Segment de droite [DE]

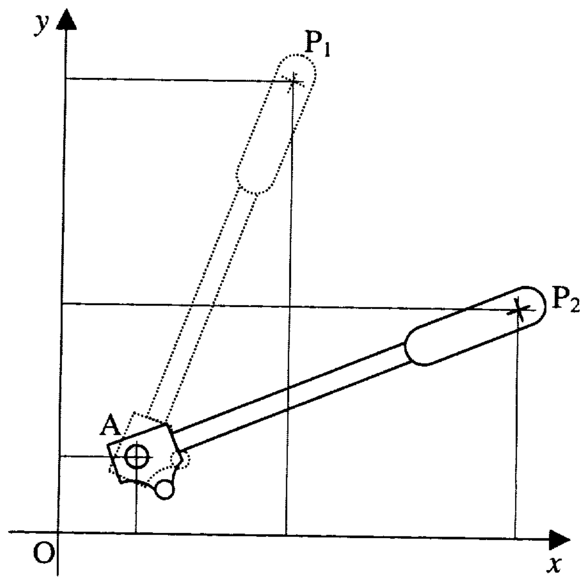
1) Calculer $f\,'(6)$. En déduire le coefficient directeur de la tangente à la courbe C au point D.

2) Tracer la tangente à la courbe C au point D. Laisser apparents les traits de construction.

3) La tangente à la courbe C au point D coupe l'axe des abscisses au point E.
Donner, par une lecture graphique, les coordonnées de ce point.

EXERCICE 2 – Calcul de l'angle de rotation du bras de levier lors du pompage (5 points)

Le temps et l'effort sont des facteurs importants dans le cadre de la manutention de marchandises. Pour lever des charges à l'aide d'un transpalette manuel, on actionne le bras de levier pour pomper. L'objectif est de déterminer l'angle de rotation du bras de levier au cours de cette opération.



Le plan est rapporté au repère orthonormal représenté ci-dessus.
L'unité de longueur est le millimètre.
Le bras de levier effectue une rotation autour de l'axe centré en A et perpendiculaire au plan de la figure. Il passe de la position haute P_1 à la position basse P_2.

On relève les coordonnées suivantes :

A = (20 ; 20) P_1 (60 ; 120) P_2 (120 ; 60)

1) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AP_1}$ et $\overrightarrow{AP_2}$.

2) Vérifier en utilisant les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AP_1}$ et $\overrightarrow{AP_2}$, que le produit scalaire $\overrightarrow{AP_1} \cdot \overrightarrow{AP_2}$ est égal à 8 000.

3) Calculer les normes $\|\overrightarrow{AP_1}\|$ et $\|\overrightarrow{AP_2}\|$. Arrondir les résultats au dixième.

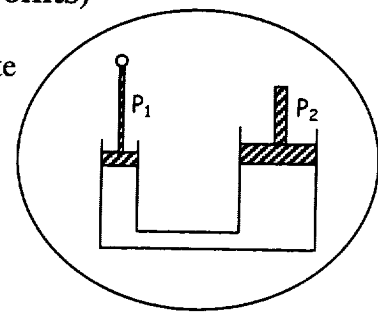
4) a) Exprimer le produit scalaire $\overrightarrow{AP_1} \cdot \overrightarrow{AP_2}$ en fonction du cosinus de l'angle $\widehat{P_1AP_2}$.

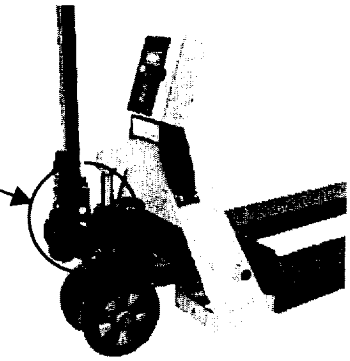
b) En déduire la mesure, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{P_1AP_2}$.

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

EXERCICE 3 – Mécanique (3 points)

Le principe de levage d'un transpalette manuel est représenté ci-contre :





- Le diamètre du piston P_1 est 20 mm.
- Le diamètre du piston P_2 est 40 mm.

1) Calculer, en m², l'aire du piston P_1. On prendra pour π la valeur 3,14.

2) L'opérateur exerce sur le bras de levier activant le piston P_1 une force de valeur 400 N.

   Calculer, en pascals, la pression exercée par le fluide sur ce piston. Écrire le résultat en notation scientifique avec 3 chiffres significatifs.

3) On suppose que la pression exercée par le fluide sur le piston est égale à $1{,}27 \times 10^6$ Pa.

   Calculer la valeur de la force pressante exercée par le fluide sur le piston P_2. Écrire le résultat arrondi à l'unité.

EXERCICE 4 – Électricité (2 points)

Aux bornes de l'association en série d'un condensateur de capacité C et d'un dipôle résistif de résistance R, on applique une tension sinusoïdale $u(t)$ de fréquence 1000 Hz (fig. 1).

1) Déterminer la période T, en ms, du signal $u(t)$.

2) À partir de l'oscillogramme (fig. 2) :

   a) Déterminer le nombre de divisions correspondant à la période du signal $u_R(t)$.
   En déduire le calibre, en ms/div, de la sensibilité horizontale.

   b) Déterminer la tension maximale U_{Rmax}.
   En déduire la valeur de la tension efficace U_R. Écrire le résultat arrondi au dixième.

   c) Préciser si la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur est en avance ou en retard sur la tension $u_R(t)$.

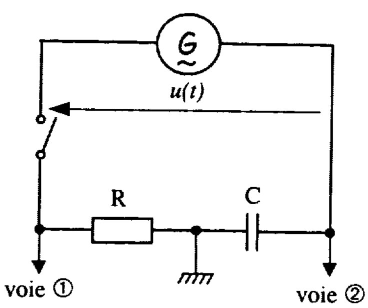


Fig. 1

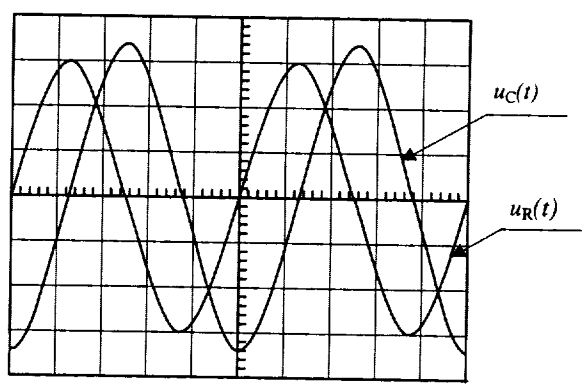


Fig. 2

Sensibilité verticale : voie ① et ② : 0,5 V / div.

N° DU CANDIDAT :______

ANNEXE
à rendre avec la copie

EXERCICE 1 :

Partie B

3) c) Tableau de variation de la fonction f.

x	2 ... 6
signe de $f'(x)$	0
variation de f	

d) Tableau de valeurs de la fonction f.

x	2	3	4	5	6
$f(x)$	3				3

PARTIES A, B, C

A 1) 2)
B 3) e) Représentation graphique de la fonction f.
C 2) et 3)