BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

PILOTAGE DE SYSTÈMES DE PRODUCTION AUTOMATISÉE

ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE E 1
SOUS-ÉPREUVE B 1 – UNITÉ 12
MATHÉMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Ce sujet comporte 7 pages.
Les pages 6/7 et 7/7 sont à rendre avec la copie d'examen.

L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les calculatrices de poche (format maximal 21 x 15 cm), y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

L'échange de calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit.

SESSION JUIN 2002	
Durée	**Coefficient**
2 heures	**2**

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

__Logarithme népérien : ln__

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

__Equation du second degré__ $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

__Suites arithmétiques__

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

__Suites géométriques__

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

__Trigonométrie__

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\qquad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

__Statistiques__

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

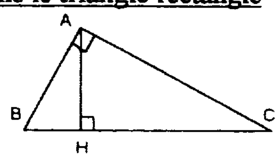
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

__Relations métriques dans le triangle rectangle__

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

__Résolution de triangle__

$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

__Aires dans le plan__

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

__Aires et volumes dans l'espace__

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

__Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace__

dans le plan	dans l'espace
$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v'} = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v'}\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v'})$

$\vec{v}.\vec{v'} = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v'}$

MATHÉMATIQUES (15 points)

EXERCICE 1 : Étude d'une fonction (11 points)

L'objectif de cet exercice est l'étude du refroidissement des matrices de formage des savons de la "SAVONICC" (machine servant à fabriquer des savons).

Pour éviter que le savon ne colle aux matrices de formage, celles-ci sont refroidies à une température inférieure à – 8 °C.
A l'instant $t = 0$, le système de refroidissement est mis en route.
On admet que, lors de la phase de refroidissement de ces matrices, leur température varie en fonction du temps suivant une loi approchée de la forme :

$$\theta(t) = a\,t^2 + b\,t + c$$

où $\theta(t)$ est la température en °C à l'instant t exprimé en minutes.

Les parties I et II peuvent être traitées de façon indépendante.

I – Recherche des coefficients *a, b, c*

On relève la température à trois instants différents :

t en minute	0	40	60
$\theta(t)$ en degré	20	-3	-10

1) Donner la valeur de $\theta(0)$. En déduire la valeur du coefficient c.

2) Montrer, à l'aide du tableau ci-dessus, que les coefficients a et b sont solutions du système :

$$\begin{cases} 1\,600\,a + 40\,b = -23 \\ 3\,600\,a + 60\,b = -30. \end{cases}$$

3) On admet que le système de la question 2) a les mêmes solutions que le système :

$$\begin{cases} 40\,a + b = -0{,}575 \\ 60\,a + b = -0{,}5. \end{cases}$$

Résoudre ce système.

II – Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle [0 ; 80] par :

$$f(x) = 0{,}003\,75\,x^2 - 0{,}725\,x + 20.$$

On note C sa courbe représentative dans le repère de **l'annexe 1** (à rendre avec la copie).

1) Calculer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.

2) Étudier le signe de $f'(x)$ sur [0 ; 80].

3) Compléter, dans **l'annexe 1**, le tableau de variation de la fonction f sur [0 ; 80].

4) Déterminer le coefficient directeur de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse $x = 0$.

5) Compléter, dans **l'annexe 1,** le tableau de valeurs. Arrondir les résultats au dixième.

6) Représenter la tangente T et la courbe C dans le repère de **l'annexe 1**.

7) a) Déterminer graphiquement la valeur de x pour laquelle $f(x) = -8$.
Laisser apparents les traits permettant la lecture graphique.

b) Résoudre par le calcul l'équation $f(x) = -8$ pour x appartenant à l'intervalle [0 ; 80].
Arrondir le résultat au dixième.

III – Exploitation

La production des savons démarre lorsque la température des matrices de formage est inférieure à – 8 °C.
On admet que la température de ces matrices pendant la phase de refroidissement est $\theta(t) = f(t)$ où f est la fonction définie dans la partie II.

Quelle est la durée de la phase de refroidissement permettant d'obtenir la température de – 8 °C ?
Donner le résultat à la minute près.

EXERCICE 2 : Statistique (4 points)

Pour contrôler la qualité de la production des savons par la "SAVONICC", on prélève un échantillon de 5 savons toutes les 20 minutes.
On considère que la "SAVONICC" est bien réglée lorsque la moyenne des masses des 5 savons d'un prélèvement est comprise entre 40 g et 40,6 g.
Au cours d'une matinée, 10 prélèvements sont effectués : les moyennes des masses des 5 savons de chaque prélèvement sont données dans le tableau ci-dessous.

Heure du prélèvement	9h00	9h20	9h40	10h00	10h20	10h40	11h00	11h20	11h40	12h00
Rang du prélèvement : x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Moyenne des masses : y_i	40,18	40,24	40,28	40,32	40,26	40,36	40,40	40,44	40,42	40,46

Ces résultats sont représentés par le nuage de points de **l'annexe 2** (à rendre avec la copie).

1) Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points. Arrondir l'ordonnée au centième.

2) Soit A le point de coordonnées (1,5 ; 40,21).
Dans la suite, on prend la droite (AG) comme droite d'ajustement de ce nuage de points.

Tracer la droite d'ajustement (AG) sur **l'annexe 2**.

3) On effectue un réglage lorsque la moyenne des masses des 5 savons d'un prélèvement devient inférieure à 40,55 g.
On suppose que la tendance observée de 9 h à 12 h se maintient pendant au moins une heure.

a) On admet que la droite d'ajustement (AG) a pour équation :

$$y = 0{,}0325\, x + 40{,}16.$$

Déterminer l'heure à laquelle il faut prévoir un réglage.

b) Vérifier graphiquement ce résultat. Laisser apparents les traits permettant la lecture graphique.

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

EXERCICE 3 : Étude d'un vérin (2 points)

Le poinçon de la presse de la "SAVONICC" est actionné par un vérin à air comprimé. La pénétration du poinçon est limitée par l'effort du vérin qui donne l'épaisseur finale de la savonnette.

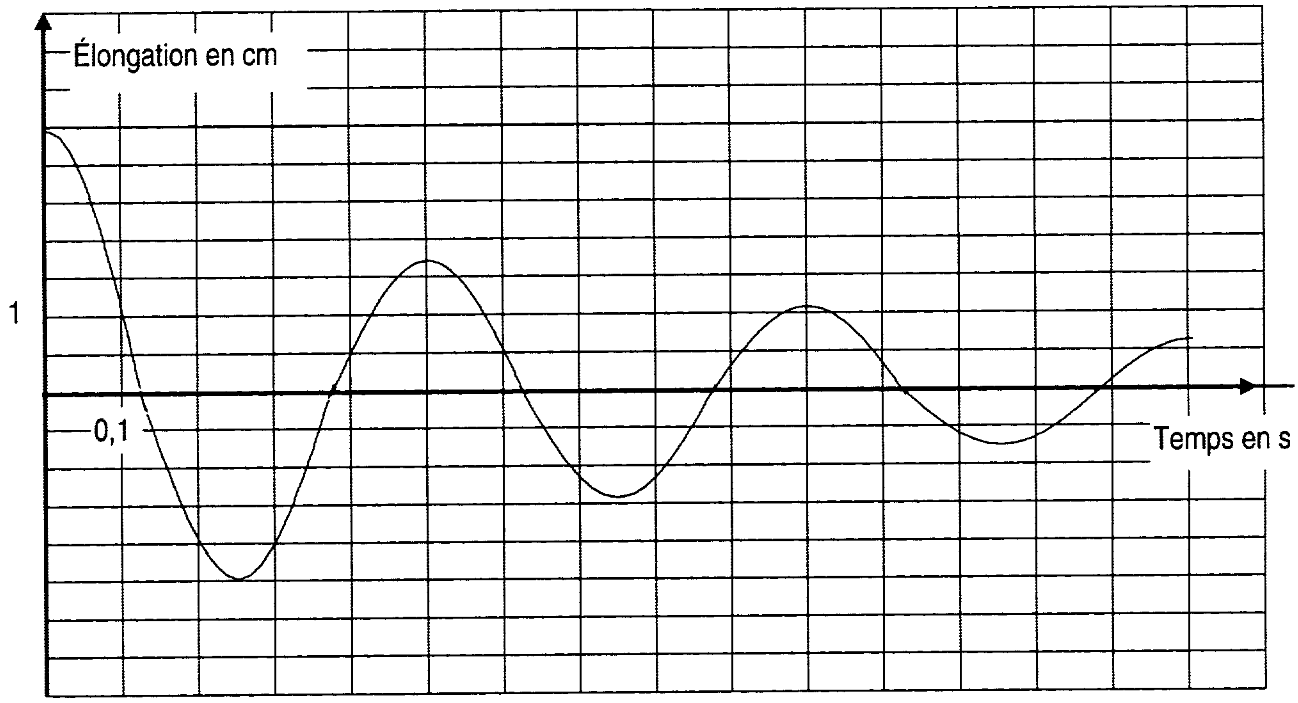
La pression dans la chambre du vérin est de 6 bar, le diamètre du piston est de 125 mm.

1) Calculer :
   a) en m^2, l'aire arrondie au dix millième, de la section du piston ;
   b) la valeur de la force utile exercée par la tige.
2) Calculer la puissance P du vérin sachant que la vitesse v de sortie de tige est de 0,2 m/s.

On donne : $P = F.v$; $1 \text{ bar} = 10^5$ Pa.

EXERCICE 4 : Mouvement vibratoire (3 points)

Nous étudions un oscillateur mécanique constitué par une masse mobile suspendue à un ressort.
Nous tirons sur la masse et nous laissons le système osciller librement.
Soit ci-dessous l'enregistrement du mouvement de l'oscillateur.



1) Les oscillations sont-elles : ❑ forcées ? ❑ libres ? ❑ amorties ? ❑ non-amorties ?

Cocher les bonnes réponses. Justifier vos choix.

2) Un mouvement vibratoire est pseudo-périodique lorsque son élongation s'annule à intervalles de temps réguliers.
   En utilisant le graphique ci-dessus répondre aux questions suivantes :
   a) le mouvement est-il pseudo-périodique ? justifier votre réponse.
   b) si oui, calculer la pseudo-période et la pseudo-fréquence.

N° DU CANDIDAT : ___

ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)

EXERCICE 1 :

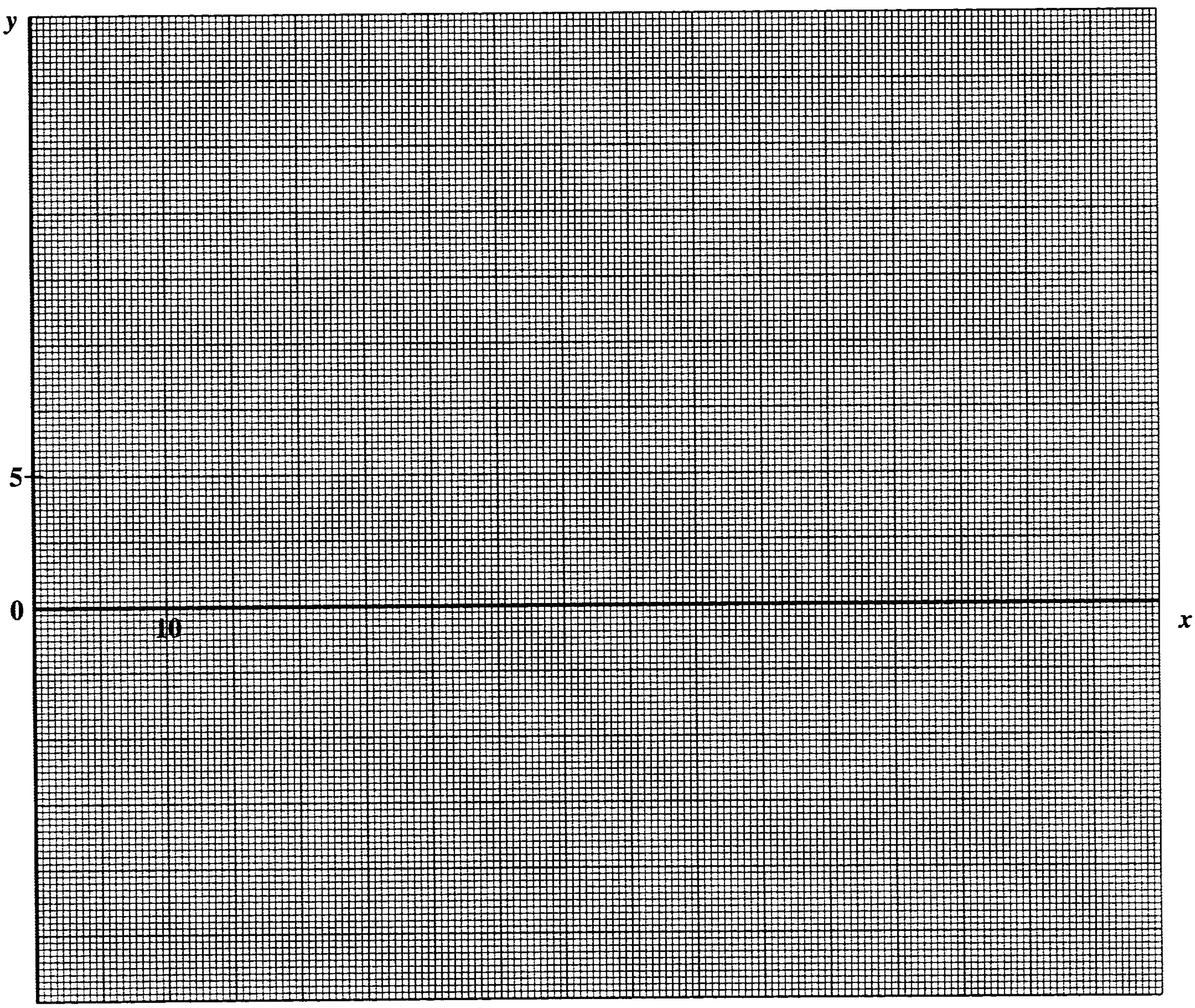
II. 3) Tableau de variation de la fonction f.

x	0	80
Signe de $f'(x)$		
Sens de variation de f		

5) Tableau de valeurs.

x	0	10	20	30	40	50	60	70	80
$f(x)$	20,0		7,0		– 3,0	– 6,9	– 10,0		– 14,0

6) Tangente T et la courbe C.



N° DU CANDIDAT : ___________

ANNEXE 2
à rendre avec la copie

EXERCICE 2 :

II. 1) 2)