BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
INDUSTRIES DE PROCEDES
Session 2002

E1.B1 MATHEMATIQUES et SCIENCES PHYSIQUES - U 12

Durée : 2 heures **_Coefficient : 1,5_**

SOMMAIRE

Ce sujet comporte : - une partie Sciences Physiques (1 page d'énoncé + 1 annexe 1)
- une partie Mathématiques (2 pages d'énoncé, 1 annexe 2) et 1 formulaire)

Précisez sur la copie d'examen le numéro des questions traitées

0206-IP ST B

SCIENCES PHYSIQUES

Exercice 1 (4 points)

On considère l'équilibre chimique suivant :

$$N_2O_4\ (g) \rightleftarrows 2\ NO_2\ (g)$$

1) La quantité initiale de N_2O_4 est égale à 1 mole. On appelle α le coefficient de dissociation.

Compléter le tableau de l'**annexe 1**.

2) Exprimer, en fonction de α et de la pression totale P, les pressions partielles de N_2O_4 et de NO_2.

3) Ecrire la constante d'équilibre de la réaction.

4) Montrer que cette constante peut s'exprimer sous la forme $K = \frac{4\alpha^2}{1-\alpha^2}P$.

Exercice 2 (3 points)

Le polyacétate de vinyle est une matière plastique fabriquée industriellement par polymérisation de l'acétate de vinyle. Ce dernier est obtenu par réaction de l'acide acétique CH_3COOH sur l'acétylène C_2H_2, selon l'équation : $CH_3COOH + C_2H_2 \rightarrow CH_3COOCH{=}CH_2$.

1) Ecrire les formules développées de l'acide acétique et de l'acétylène.

2) Dire pourquoi l'acétate de vinyle est polymérisable.

3) Un échantillon de polyacétate de vinyle a une masse molaire de 129 000 g / mol. Calculer son degré de polymérisation.

Données : M(C) = 12 g/mol
M(H) = 1 g/mol
M(O) = 16 g/mol

MATHEMATIQUES

Exercice 1 (9 points)

L'état d'équilibre dans la réaction de dissociation de N_2O_4 peut être caractérisé par la valeur du coefficient de dissociation α.
A la température de 27°C, ce coefficient est lié à la pression totale P par la relation :

$$\alpha^2 = \frac{0{,}166}{4P + 0{,}166}.$$

I) Calculs préliminaires

1) Calculer α^2 pour $P = 1$ bar et pour $P = 0{,}1$ bar (résultats arrondis au millième).

2) α étant positif, en déduire les valeurs de α correspondantes (résultats arrondis au centième).

3) Exprimer, dans chacun des deux cas, cette valeur de α en pourcentage.

II) Etude d'une fonction

Soit la fonction f définie sur [0 ; 1] par $f(x) = \dfrac{0{,}166}{4x + 0{,}166}$.

1) Déterminer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.
2) Donner le signe de $f'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle [0 ; 1].
3) En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 1].
4) Compléter le tableau de valeurs de **l'annexe 2**. Arrondir les valeurs approchées au millième.
5) Tracer la courbe représentant la fonction f dans le repère de **l'annexe 2**.
6) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0{,}25$. Laisser apparents les traits permettant la lecture graphique.

III) Exploitation

Dans cette partie, on identifie x à la pression totale P et $f(x)$ à α^2 où α est le coefficient de dissociation de la réaction de la dissociation de N_2O_4.

1) Sans calculs supplémentaires, déduire de la question précédente la valeur de la pression totale P pour laquelle $\alpha^2 = 0{,}25$. Quel est le pourcentage de molécules de N_2O_4 dissociées dans ce cas ?

2) On considère que la dissociation de N_2O_4 est pratiquement totale si $\alpha = 0{,}99$ (99 % des molécules de N_2O_4 sont alors dissociées).
A partir de la relation $\alpha^2 = \dfrac{0{,}166}{4P + 0{,}166}$, déterminer par un calcul la valeur de la pression totale P correspondante.

Exercice 2 (4 points)

Une entreprise réalise un forage.

- Le premier mètre de forage a pour coût 100 €.
- Le deuxième mètre de forage a pour coût 110 € ; ainsi le coût **total** d'un forage de 2 mètres est 210 €.
- Le troisième mètre de forage a pour coût 120 € ; et ainsi de suite : le coût de forage de chaque mètre supplémentaire augmente de 10 € par rapport au coût du mètre précédent.

I) Calcul de coûts

1) Calculer le coût du 4ème mètre de forage.

2) Calculer le coût total d'un forage de 4 mètres.

II) Etude d'une suite

On note :

u_1 le nombre correspondant au coût du 1er mètre de forage : $u_1 = 100$
u_2 le nombre correspondant au coût du 2ème mètre de forage : $u_2 = 110$
u_3 le nombre correspondant au coût du 3ème mètre de forage : $u_3 = 120$
et ainsi de suite :
u_n le nombre correspondant au coût du $n^{ème}$ mètre de forage.

1) Indiquer si la suite (u_n) de ces nombres est une suite arithmétique ou géométrique et en donner la raison. Justifier la réponse en recopiant la phrase de l'énoncé qui fournit l'explication.
2) Exprimer u_n en fonction de n.
3) En déduire la valeur de u_{10}.

III) Exploitation

1) Calculer le coût **total** d'un forage dont la profondeur est de 10 mètres.

2) On montre que le coût total S_n d'un forage d'une profondeur de n mètres est donné par la formule admise ici :

$$S_n = 5\,n^2 + 95\,n.$$

Calculer la profondeur que l'on peut atteindre si on dispose d'un budget de 5 500 €.

SCIENCES PHYSIQUES

ANNEXE 1 (à rendre avec votre copie)

Exercice 1

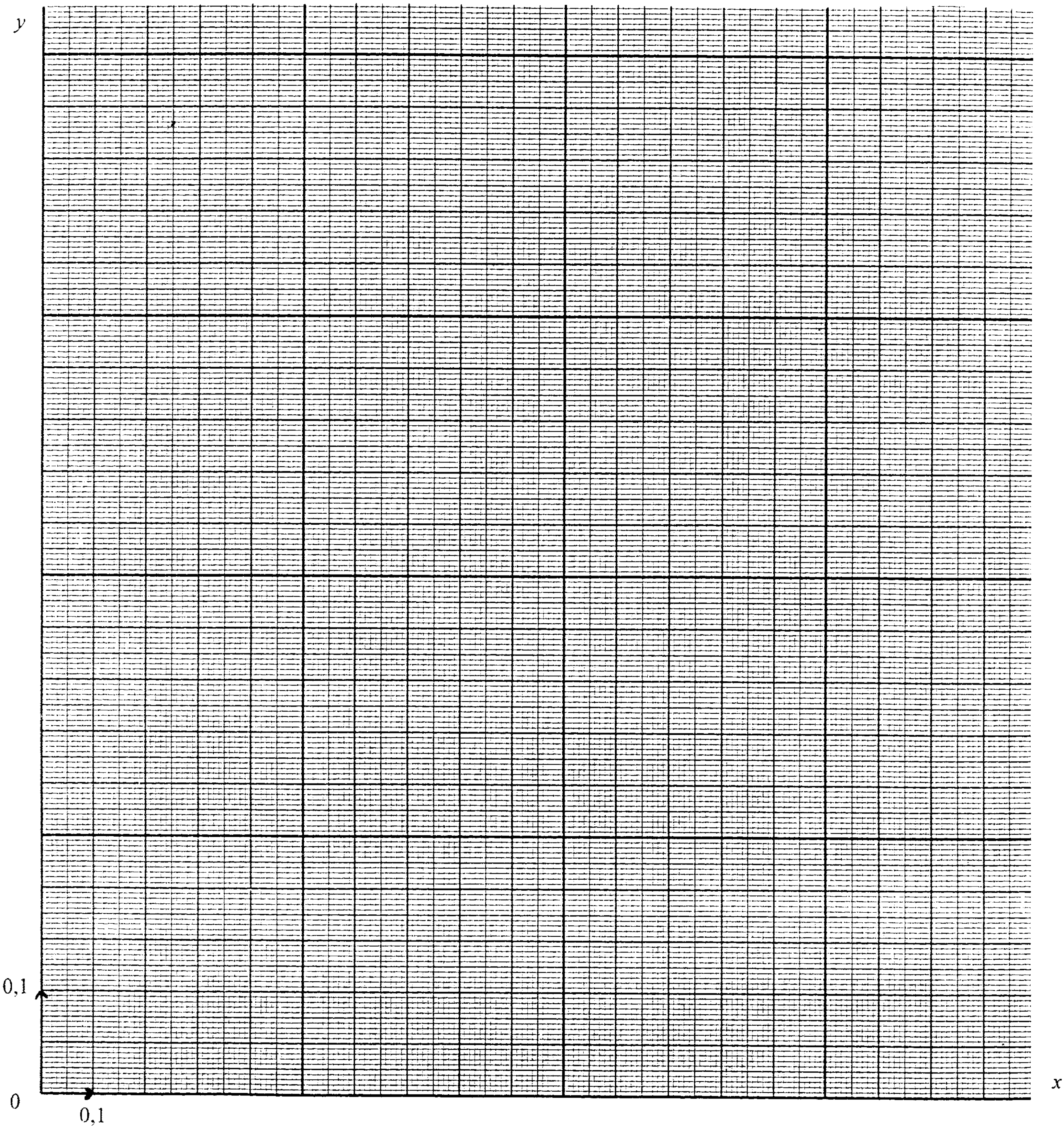
	N_2O_4	NO_2	Nombre total de moles
Etat initial	1	0	1
Etat à l'équilibre	$1 - \alpha$		

MATHEMATIQUES : ANNEXE 2 (à rendre avec la copie)

Exercice 1 **II 4)**

x	0	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$f(x)$	1	0,454					0,076	0,065			0,044	0,040

II 5)



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Chimie-Energétique
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)v(x)$	$u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$
$\frac{1}{u(x)}$	$-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

Statistiques

Effectif total $N=\sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\overline{x}=\frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V=\frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i-\overline{x})^2}{N}=\frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N}-\overline{x}^2$

Ecart type $\sigma=\sqrt{V}$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n=u_1+(n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1+u_2+\cdots+u_k=\frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n=u_1q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1+u_2+\cdots+u_k=u_1\frac{1-q^k}{1-q}$$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab)=\ln a+\ln b$ $\qquad$ $\ln(a^n)=n\ln a$

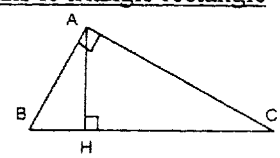
$\ln(a/b)=\ln a-\ln b$

Equations différentielles

$y'-ay=0 \qquad y=ke^{ax}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2+AC^2=BC^2$



$$\sin\widehat{B}=\frac{AC}{BC}\,;\ \cos\widehat{B}=\frac{AB}{BC}\,;\ \tan\widehat{B}=\frac{AC}{AB}$$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}bc\sin\widehat{A}$ $\qquad$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)\,dt=\int_a^b f(t)\,dt+\int_b^c f(t)\,dt$$

* $\int_a^b (f+g)(t)\,dt=\int_a^b f(t)\,dt+\int_a^b g(t)\,dt$

* $\int_a^b kf(t)\,dt=k\int_a^b f(t)\,dt$