BACCALAUREAT PROFESSIONNEL BATIMENT

"ETUDE DE PRIX, ORGANISATION ET GESTION DE TRAVAUX"

SESSION 2002

EPREUVE E1B1 - U12

SOUS-EPREUVE ECRITE

SUJET

MATHEMATIQUES et SCIENCES PHYSIQUES

Durée : 2 heures
Coefficient : 2

Le présent sujet comporte 8 pages numérotées de 1/8 à 8/8 auquel s'ajoute le formulaire numéroté 1/1.

La feuille Annexe (page 8/8) est à rendre avec le sujet. Elle sera agrafée à la copie par le centre d'examen.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

0206-BEO ST B

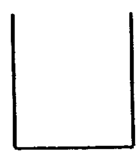
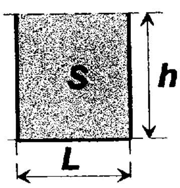
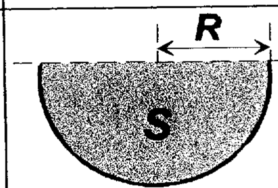
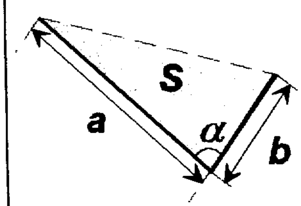
MATHÉMATIQUES 15 POINTS.

DÉTERMINATION DE LA PENTE DES GOUTTIÈRES.

Dans le domaine de la couverture zinguerie, de nombreux modèles de gouttières et chéneaux existent. Le but des exercices est de vérifier la conformité de pose de ces éléments de zinguerie.

■ Première partie. **Caractéristiques géométriques des gouttières. (sur 3 points)**

Trois modèles simplifiés sont représentés en coupe transversale :

	modèle 1	modèle 2	modèle 3
Nom	 Chéneau droit	 Gouttière demi-ronde	 Gouttière nantaise
			
Développement ***D***	$D = L + 2h$	$D = \pi R$	$D = a + b$
Section ***S*** (en grisé)	$S = L\,h$	$S = \dfrac{\pi R^2}{2}$	$S = ?$

1. Vérifier que pour une **gouttière demi-ronde** de développement D = 0,33 m la valeur arrondie au cm² de la section S est 173 cm².

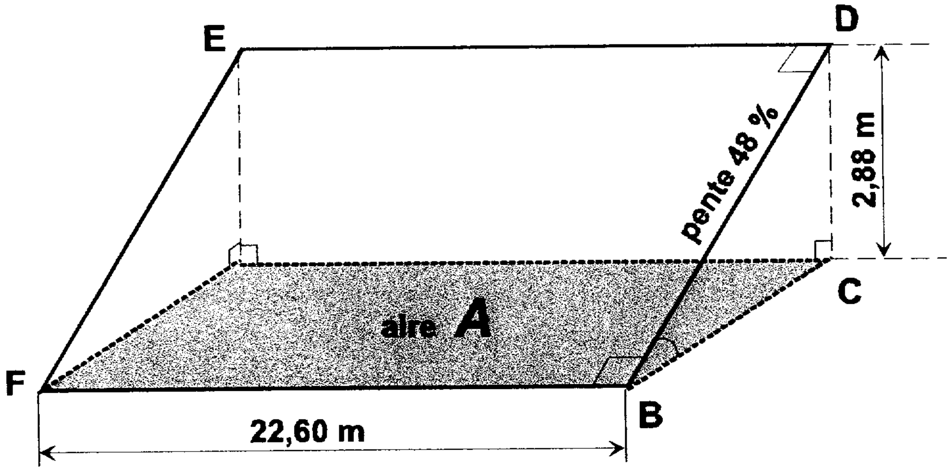
2. Exprimer la section ***S*** d'une gouttière nantaise, en fonction de a, b et α en utilisant le formulaire.

3. Calculer cette section ***S*** si D = 0,33 m, a = 0,18 m et $\alpha = 83°$. La réponse sera arrondie au cm².

■ Deuxième partie. **Caractéristiques géométriques de la toiture. (sur 2 points)**

Le choix d'un modèle de gouttière dépend de l'aire de la toiture, ou plus précisément de l'**aire de sa projection sur un plan horizontal**, encore appelée « surface horizontale ».

La figure suivante représente une toiture rectangulaire BDEF et sa « surface horizontale » d'aire $\boldsymbol{A}$:



1. Vérifier par un calcul que la pente de 48% correspond à un angle $\widehat{DBC}$ dont la valeur arrondie à 10^{-1} est 25,6 degrés.

2. Calculer, en m, la longueur BC. Arrondir le résultat à l'unité.

3. Calculer l'aire $\boldsymbol{A}$, arrondie à 0,1 m², de la « surface horizontale » de la toiture.

■ Troisième partie. Pente de l'écoulement. (sur 4 points)

Pour assurer un écoulement correct des eaux pluviales, les gouttières et chéneaux sont posés en légère pente.

Pratiquement, ces pentes sont données dans le tableau simplifié suivant :

Aire A m²	pentes en mm/m							
	1	2	3	6	7	10	15	20
40	105	80	70	60	55	50	40	35
50	120	95	85	70	65	55	50	45
60	140	110	95	80	70	60	55	50
70	155	120	105	90	80	70	60	55
80	170	135	115	100	85	75	65	60
90	185	145	125	105	95	85	70	65
100	200	155	135	115	100	90	80	70
110	215	170	145	120	110	95	85	75
120	230	180	155	130	115	100	90	80
130	240	190	165	135	120	105	95	85
140	255	200	170	145	130	115	100	90
150	265	210	180	150	135	120	105	95
160	280	220	190	160	140	125	110	100
170	290	230	200	165	145	130	115	100
180	305	240	205	170	150	135	120	105
200	350	255	220	185	165	145	125	115
	sections S des gouttières en cm²							

Utilisation du tableau :

On choisit par exemple une « surface horizontale » de toiture ***A* = 107 m²** et une gouttière demi-ronde de section ***S* = 130 cm².**

Aire A m²	pentes en mm/m				
	1	2	3	6	7
40	105	80	70	60	55
50	120	95	85	70	65
60	140	110	95	80	70
70	155	120	105	90	80
80	170	135	115	100	85
90	185	145	125	105	95
100	200	155	135	115	100
110	→ 215	→ 170	→ 145	→ 120	110
120	230	180	155	130	115
	Sections S des gouttières en cm²				

107 m²

130 cm²

Choisir, dans le tableau, la ligne où l'aire **est immédiatement supérieure à *A*.**

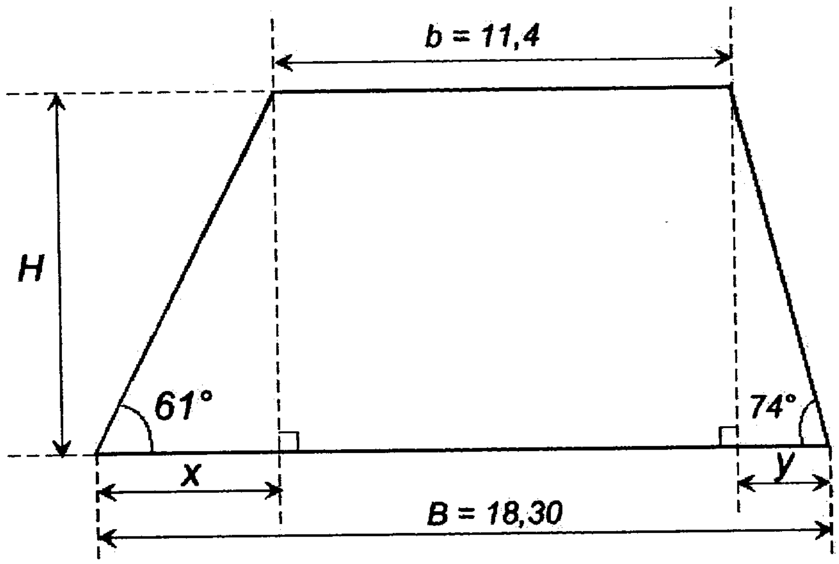
Se déplacer sur cette ligne jusqu'à la colonne où la valeur de la section **est immédiatement inférieure à *S***.

Lire dans cette colonne la valeur de la pente exprimée en mm/m.

Dans l'exemple choisi, la pente minimale est de 6 mm/m.

1. La toiture de la question précédente d'aire 136 m² (deuxième partie) est munie d'une **gouttière demi-ronde** de section 173 cm². Quelle pente minimale faut-il donner à la gouttière ?

2. La figure suivante représente la « surface horizontale » d'aire $\boldsymbol{A}$ d'une toiture trapézoïdale :



Les cotes sont en mètres et la figure n'est pas à l'échelle.

a. Résoudre le système d'équations en utilisant les valeurs de B et b :

$$\begin{cases} x + y = B - b \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{\tan 74°}{\tan 61°} \end{cases}$$

Les solutions seront arrondies au centième.

b. Calculer la hauteur $\boldsymbol{H}$ du trapèze. Arrondir le résultat au cm.

c. Calculer l'aire A de ce trapèze pour H = 8,21 m. Arrondir le résultat à l'unité.

d. L'aire A est celle de la projection horizontale d'une toiture. On pense y poser une gouttière nantaise de section 126 cm², avec une pente de 7 mm/m.
Expliquer si la pente est conforme ou non conforme.

■ Quatrième partie. **Hauteur d'un chéneau droit (sur 6 points)**

1. Pour un chéneau droit, le développement et la section sont donnés par les formules :

$$D = L + 2h \qquad\qquad S = L\,h$$

Exprimer de 2 façons différentes L en fonction de h pour $D = 50$ et $S = 264$.

2. Etude de fonctions

On considère les fonctions f et g de la variable x, définies pour tout nombre x appartenant à l'intervalle $[5 ; 25]$ par :

$$f(x) = -2x + 50$$
$$g(x) = \frac{264}{x}$$

2.1. Représenter graphiquement la fonction f dans le plan rapporté au repère orthogonal de la feuille annexe page 8/8 (à rendre avec la copie). Soit $\mathcal{C}$ la courbe obtenue.

2.2. Soit g' la fonction dérivée de g dans l'intervalle $[5 ; 25]$. Calculer $g'(x)$.

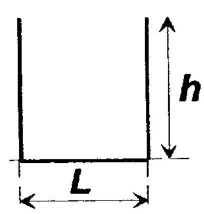
2.3. a. Déterminer le signe de $g'(x)$ pour tout nombre x de l'intervalle $[5 ; 25]$.

b. En déduire le sens de variation de la fonction g.

2.4. Compléter le tableau de valeurs de la feuille annexe. Arrondir les valeurs à 10^{-1}.

2.5. Tracer la courbe $\mathcal{C}'$ représentative de la fonction g en utilisant le repère orthogonal de la feuille annexe.

3. Les abscisses des points d'intersection des deux courbes $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ obtenues précédemment représentent les hauteurs possibles x (en cm) d'un chéneau droit de section $S = 264$ cm² et de développement $D = 50$ cm.



En déduire graphiquement ces hauteurs, arrondies au millimètre, en faisant apparaître les tracés qui permettent la lecture graphique.

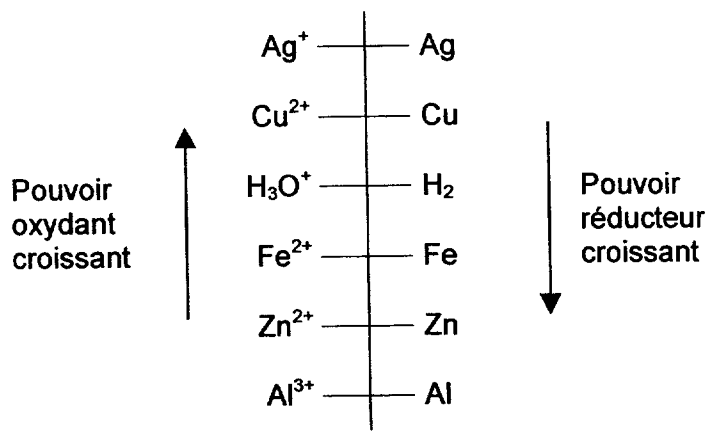
SCIENCES PHYSIQUES 5 points.

Exercice 1. 3 points **Produit « anti-mousse ».**

Certaines toitures exposées au Nord se couvrent parfois de mousses pouvant à la longue provoquer des défauts d'étanchéité. On arrose la toiture d'un produit supprimant la mousse des pelouses. D'après l'étiquette, le produit contient 65% de sulfate ferreux (Fe^{2+} $S\,O_4^{2-}$, 5 H_2 O). Les ions ferreux Fe^{2+} détruisent efficacement la mousse.

Si la gouttière est munie d'une pente insuffisante, une solution contenant des ions ferreux peut rester en contact prolongé avec le zinc (Zn) de la gouttière. On constate alors une fragilisation de la gouttière, couverte de taches orangées.

On donne la classification électrochimique suivante :



1. Expliquer en quelques phrases l'origine de la fragilisation de la gouttière, et l'origine des taches.

2. Traduire par une équation chimique la fragilisation de la gouttière. Nommer les espèces chimiques rencontrées.

3. Proposer une autre solution pour éliminer la mousse du toit.

Exercice 2. 2 points. **Pression au fond d'une citerne.**

On collecte les eaux pluviales dans le dispositif schématisé figure 1.

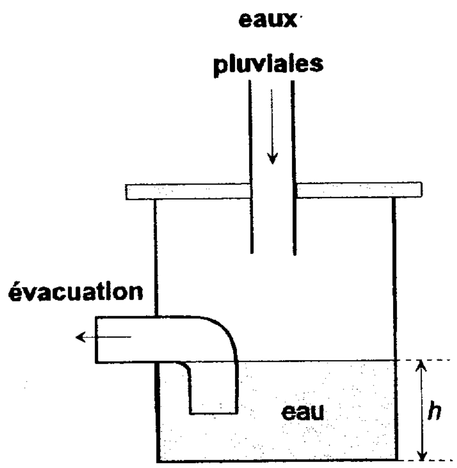


figure 1

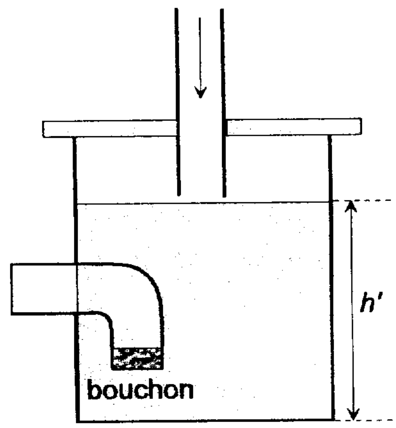


figure 2

Cas n°1. (figure1)

La hauteur d'eau dans la citerne vaut h = 0,75 m. Calculer la pression relative P exercée uniquement par le liquide en un point du fond de la citerne.

Cas n°2 . (figure 2)

L'évacuation est accidentellement bouchée et le niveau monte de manière anormale dans la citerne. Le fond de la citerne d'aire 1,28 m² peut subir de la part du liquide une force pressante maximum de 19 kN.

Calculer la hauteur h', arrondie au centimètre, au delà de laquelle une fuite de la citerne est probable.

Données utiles : masse volumique de l'eau $\rho \approx 1\,000$ kg/m^3

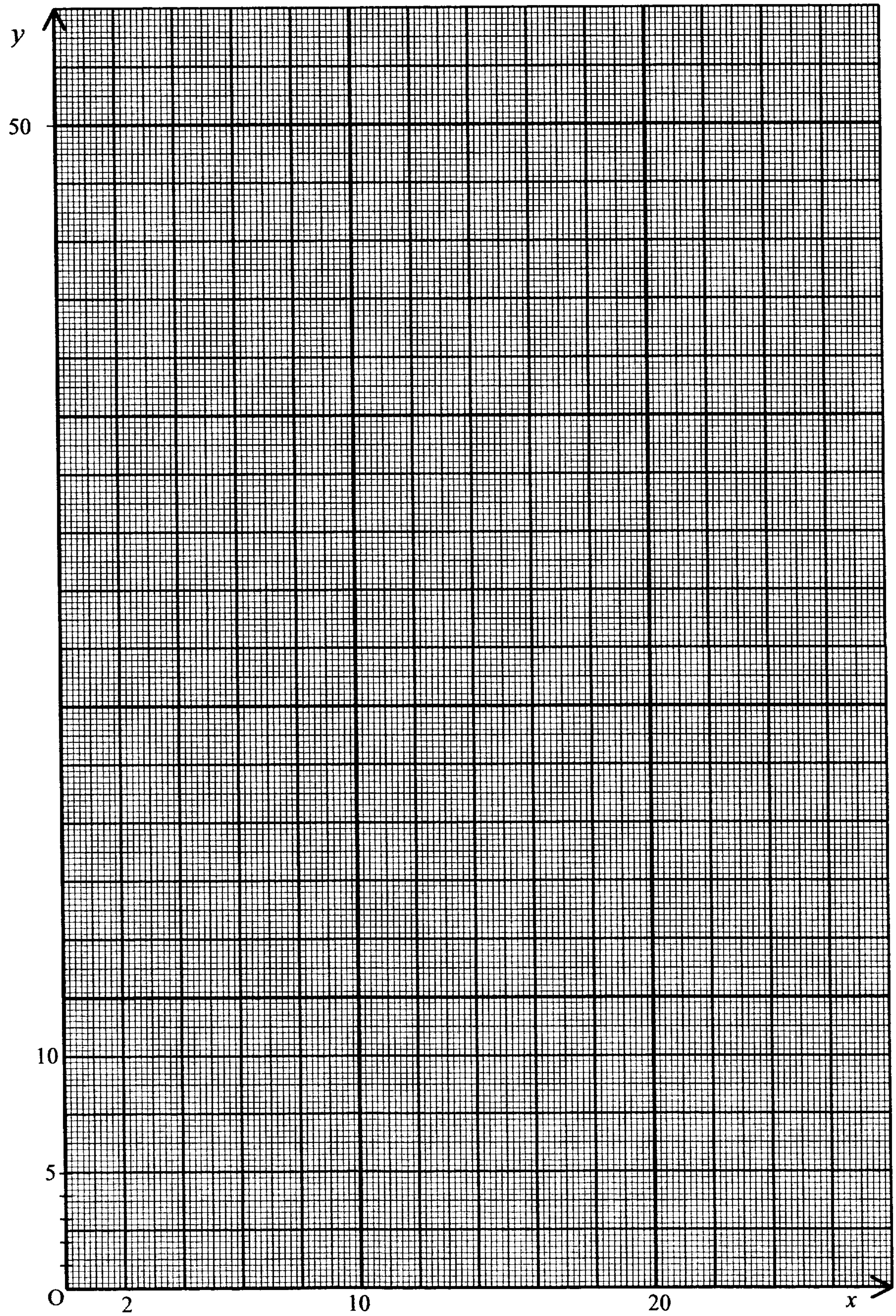
$g \approx 10$ N/kg.

$p_A - p_B = \rho g h$

FEUILLE ANNEXE, À RENDRE AVEC LA COPIE.

Tableau de valeurs.

x	5	6	8	10	12	14	16	20	22	25
$g(x)$	52,8				22					10,6



Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad$ $\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle
- Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 . q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$ = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

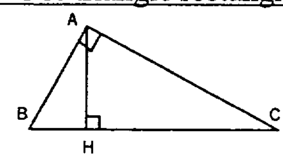
Variance

$V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$