E1 EPREUVE SCIENTIFIQUE et TECHNIQUE
Sous-épreuve B1 - U12
MATHEMATIQUES et SCIENCES PHYSIQUES

Durée : 2 heures

Coefficient : 2

La qualité de la rédaction et sa clarté entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

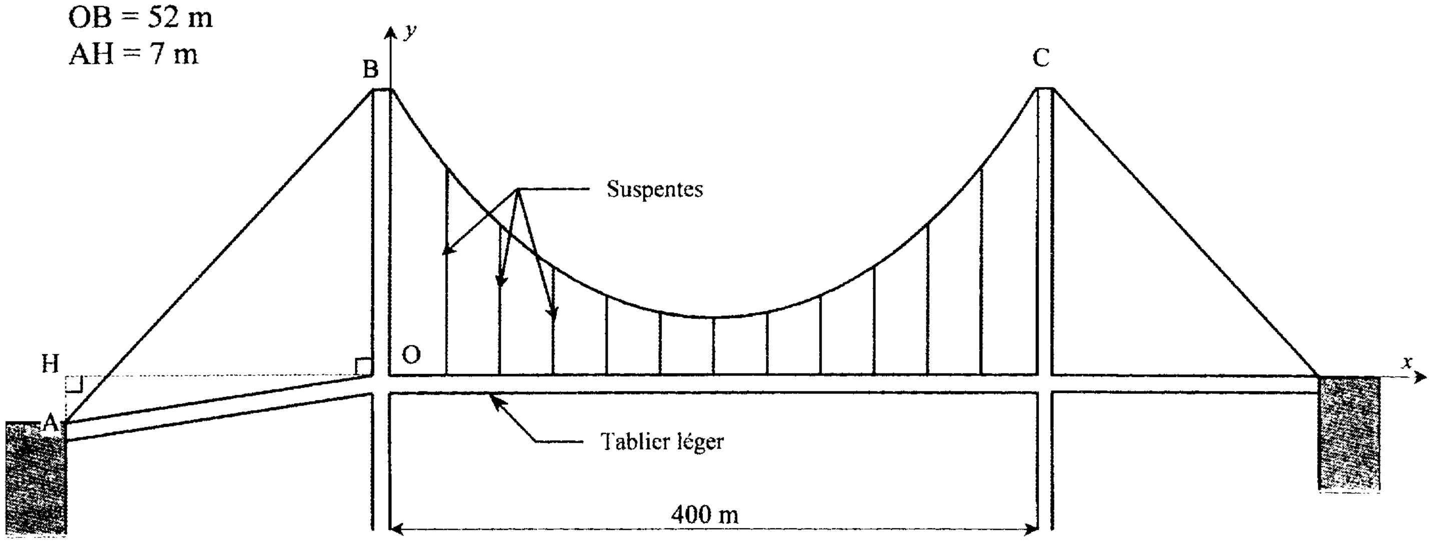
Sont autorisées toutes les calculatrices y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

MATHÉMATIQUES

EXERCICE 1 : (11 points)

L'objectif de cet exercice est l'étude des câbles d'un pont suspendu.

OH = 50 m
OB = 52 m
AH = 7 m



Les deux parties sont indépendantes.

1ère partie : *Etude du câble* AB.

1. a) Dans le triangle AOH, rectangle en H, calculer une mesure de l'angle $\widehat{AOH}$.
Le résultat sera arrondi au degré.

b) En déduire une mesure de l'angle $\widehat{AOB}$.

2. Calculer la longueur OA, arrondie au dm.

3. Calculer la longueur du câble AB arrondie au dm.

2ème partie : *Etude du câble* BC.

La forme géométrique du câble BC est assimilée à la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 400] par :

$$f(x) = 0{,}0012\,x^2 - 0{,}48\,x + 52$$

Ainsi, $f(x)$ représente l'altitude du câble (en m) au point du tablier d'abscisse x.

1. On note f' la dérivée de la fonction f. Calculer $f'(x)$.

2. **a)** Résoudre, sur l'intervalle $[0 ;400]$, l'équation d'inconnue x, $f'(x) = 0$.

b) Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 400]$.

3. Etablir le tableau de variations de la fonction f.

4. Compléter le tableau de valeurs figurant en annexe 1.

5. Tracer la représentation graphique de la fonction f dans le repère de l'annexe 1.
Echelle : en abscisse 1 cm représente 20 m ;
en ordonnée 1 cm représente 5 m.

6. Pour des raisons de sécurité, on doit installer une sonde sur le câble à 45 mètres d'altitude.

a) Déterminer graphiquement les abscisses possibles des positions de la sonde. (On fera apparaître les traits de construction sur le schéma.)

b) Vérifier les solutions trouvées à la question **6. a)** en résolvant l'équation :

$$0{,}0012\,x^2 - 0{,}48\,x + 52 = 45\ .$$

Les résultats seront arrondis à l'unité.

<u>EXERCICE 2 :</u> (4 points)

La réalisation du pont suspendu nécessite la consolidation des fondations par extraction du sable pendant 25 jours.
L'entreprise envisage les cadences d'exécution suivantes :

- 20 m^3 le premier jour,
- la difficulté d'extraction augmentant avec la profondeur, la quantité de sable extraite diminue de 5% par jour.

On note U_1 la quantité de sable (en m^3) extraite le 1er jour ($U_1 = 20$),
U_2 la quantité de sable (en m^3) extraite le 2e jour,
...
U_n la quantité de sable (en m^3) extraite le n-ième jour.

1. Calculer en m^3 les quantités U_2, U_3 et U_4.

2. Quelle est la nature de la suite (U_n) ? Justifier la réponse et préciser la raison de cette suite.

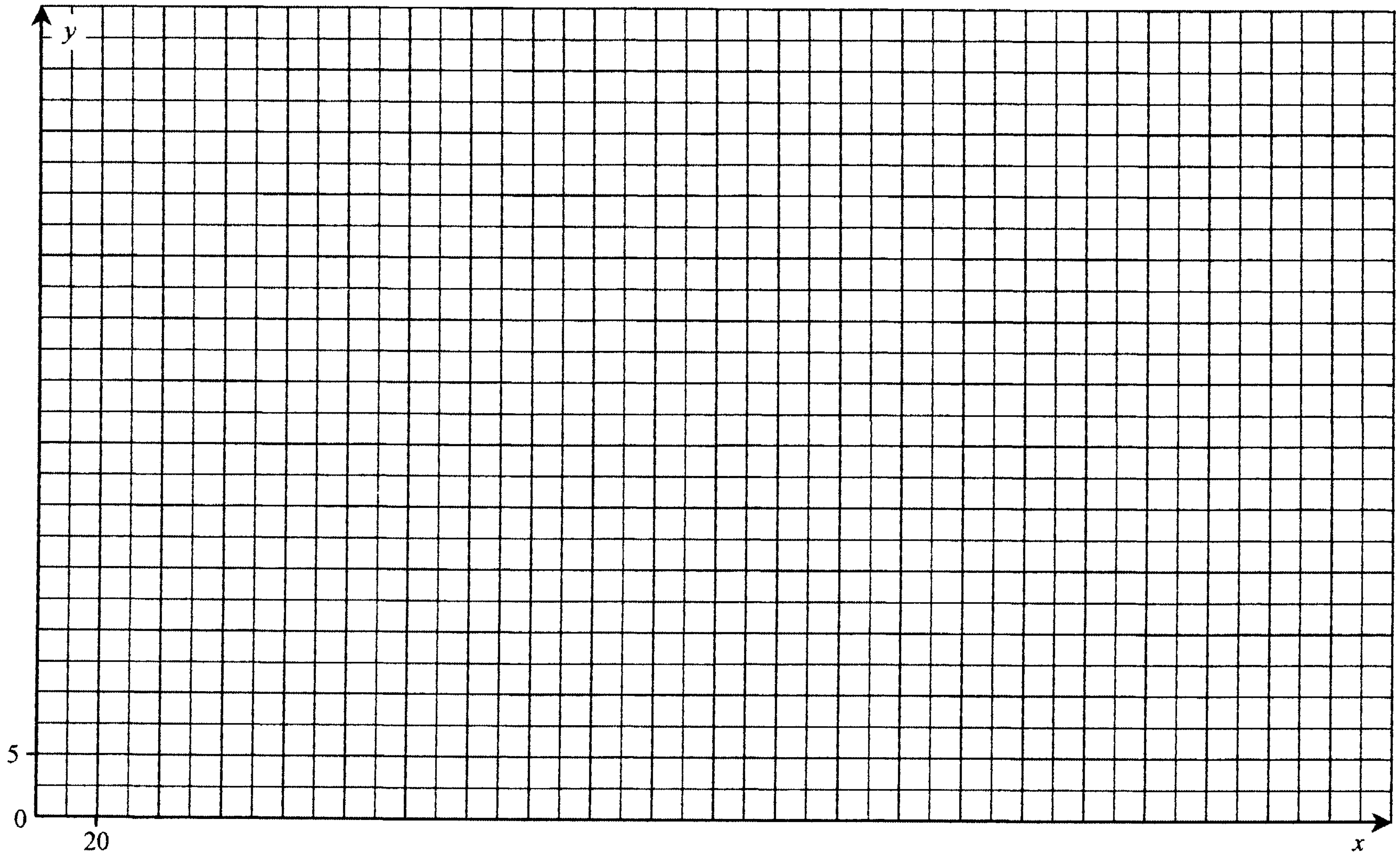
3. Exprimer U_n en fonction de n.

4. Calculer en m^3 la quantité de sable extraite le vingtième jour. On arrondira le résultat au dixième.

5. Calculer la quantité totale de sable extraite sur la durée des 25 jours. Le résultat sera arrondi à l'unité.

ANNEXE 1 A RENDRE AVEC LA COPIE

x	0	50	100	150	200	250	300	350	400
$f(x)$									



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n\ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1\frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a\cos b + \sin b\cos a$

$\cos(a+b) = \cos a\cos b - \sin a\sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\qquad\;\; = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2\sin a\cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

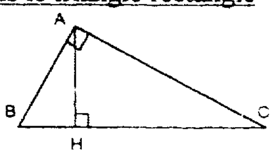
Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin\hat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos\hat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan\hat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\dfrac{a}{\sin\hat{A}} = \dfrac{b}{\sin\hat{B}} = \dfrac{c}{\sin\hat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}bc\sin\hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

dans le plan	dans l'espace
$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy' + zz'$
$\Vert\vec{v}\Vert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\Vert\vec{v}\Vert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$:

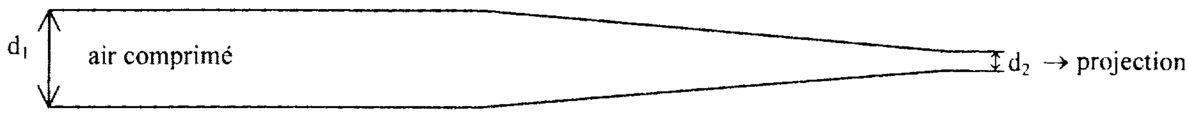
$\vec{v}.\vec{v'} = \Vert\vec{v}\Vert \times \Vert\vec{v'}\Vert \cos(\vec{v},\vec{v'})$

$\vec{v}.\vec{v'} = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v'}$

SCIENCES PHYSIQUES

Exercice (5 points)

Pour crépir les mâts d'un pont suspendu, l'entreprise utilise un appareil dont la buse, supposée horizontale, est représentée ci-dessous.



Entrée de la buse
Etat 1 :
Pression p_1 = 3,5 bars
Diamètre d_1 = 20 mm
vitesse v_1 = ?

Sortie de la buse
Etat 2 :
Pression p_2 = ?
Diamètre d_2 = ?
vitesse v_2 = 300 m/s

1. Le débit d'air, dans la buse, est Q = 360 L/min. Montrer que ce débit d'air, exprimé en m^3/s, vaut 0,006 m^3/s.
2. En appliquant la loi de conservation du débit, calculer la vitesse v_1 de l'air à l'entrée de la buse (état 1). Donner le résultat avec une précision de 0,1 m/s.
3. a) Calculer en m^2 l'aire de la surface S_2 à la sortie de la buse (état 2).
   b) En déduire, en mm, le diamètre d_2 correspondant. Arrondir le résultat à l'unité.
4. La pression P_1 au centre de l'entrée de la buse (état 1) est P_1 = 3,5 bars. On admet que la masse volumique de l'air est ρ = 1,3 kg/m^3. Calculer la pression de l'air P_2 au centre de la sortie de la buse (état 2).

Formulaire :

Le débit volumique : $Q = v.S$

L'équation de Bernoulli : $\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2 + p_2$