BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Artisanat et métiers d'art

Options : tapissier d'ameublement et ébéniste

EPREUVE E1

ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

SOUS-ÉPREUVE B1 : MATHÉMATIQUES

Unité 12

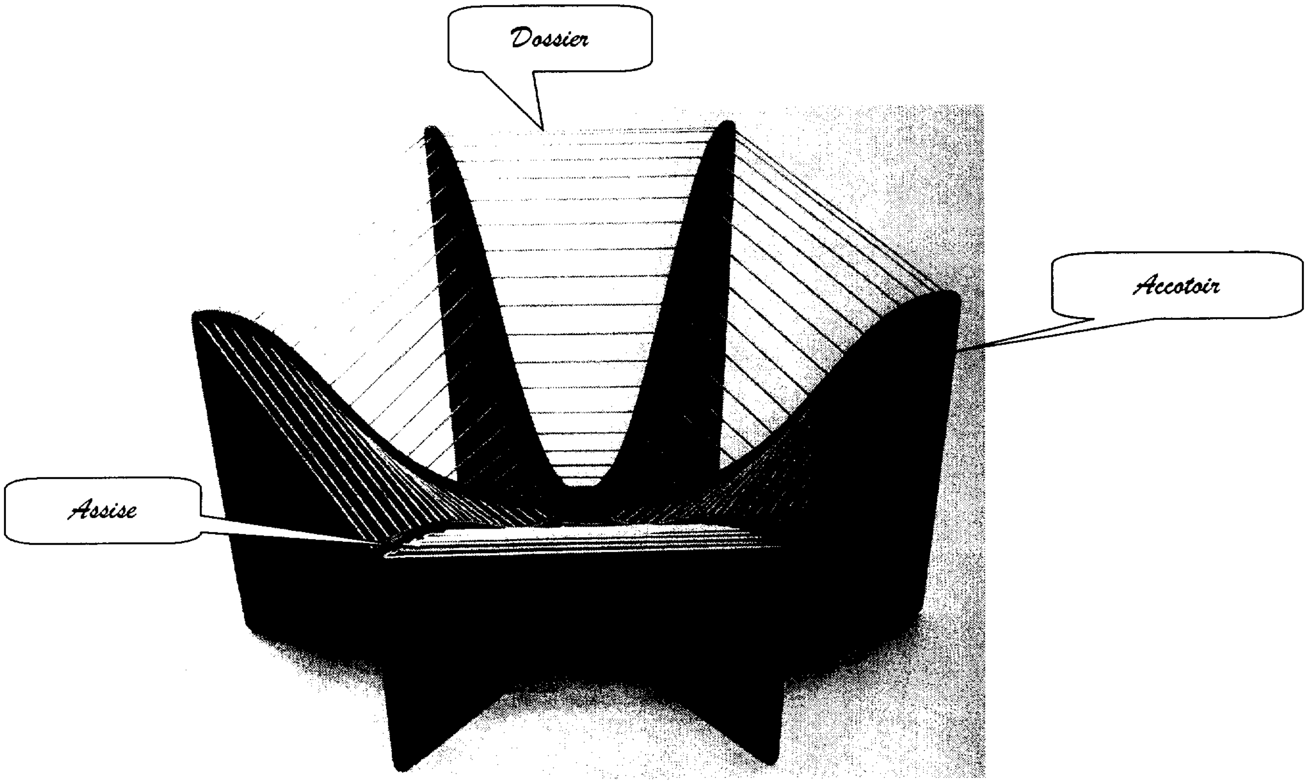
Durée: 2 heures **Coefficient : 2,5**

Le dossier est composé de **10** pages:

- le sujet numéroté de la **page 1/10** à la **page 6/10** ;
- une annexe **1 à joindre à la copie** donnée **page 7/10** ;
- une annexe **2 à joindre à la copie** donnée **page 8/10** ;
- une annexe **3 à joindre à la copie** donnée **page 9/10** ;
- un formulaire de mathématiques donné **page 10/10**.

Exercice 1 **(12 points)**

Une entreprise a reçu une commande de fauteuils inspirés du " **fauteuil arachnéen** " de Pierre Paulin dont la photo figure ci-dessous.



La fabrication étant prévue sur une machine à commande numérique, il est nécessaire de connaître le modèle mathématique de chacun des éléments : dossier, assise et accotoirs.

La structure du fauteuil est constituée de six éléments principaux à assembler :

- deux éléments identiques ① et ② ;
- deux éléments identiques ③ et ④ ;
- deux éléments identiques ⑤ et ⑥.

On se propose de représenter dans un même plan, par un modèle mathématique, une partie du profil des gabarits de :

- l'élément ① associé à la courbe $\mathcal{C}$ **(partie A)** ;
- l'élément ③ associé à la courbe Γ **(partie B)**.

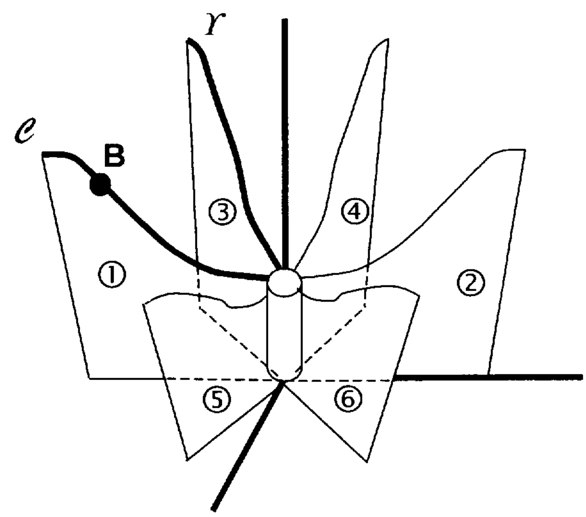


Figure 1 : vue dans l'espace

Le plan est rapporté à un repère orthogonal d'origine **O** et d'unités graphiques :

- en abscisses, **2 cm pour 1 unité** ;
- en ordonnées, **1 cm pour 1 unité**.

Partie A : Etude de la courbe $\mathcal{C}$ associée à l'élément ①

La courbe $\mathcal{C}$ est constituée de deux courbes $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ raccordées au point **B** **(Voir figure 1, page 2/10)**.

Partie A.1 : Etude de la courbe $\mathcal{C}_1$

L'équation de la courbe $\mathcal{C}_1$ est de la forme : $y = \mathbf{a}\,x^2 + \mathbf{b}\,x + 8$ avec **a** et **b** nombres réels et x nombre réel appartenant à l'intervalle **[0,25 ; 1]**.

1 - La courbe $\mathcal{C}_1$ passe par les points **A** et **B** de coordonnées respectives **A (0,5 ; 8)** et **B (1 ; 6)**. Déterminer **a** et **b**.

2 - Soit f la fonction, de la variable réelle x, définie sur l'intervalle **[0,25 ; 1]** par :

$$f(x) = -4x^2 + 2x + 8.$$

$\mathcal{C}_1$ est sa courbe représentative.

2.1 - Compléter le tableau de **valeurs n°1** figurant sur **l'annexe 1 page 7/10 (à joindre à la copie)**. Arrondir les résultats à **0,1**.

2.2 - Soit f' la fonction dérivée de la fonction f.

a - Déterminer $f'(x)$.

b - Calculer le nombre dérivé $f'(1)$.

c - Déterminer l'équation de la tangente $\mathbf{T_1}$ à $\mathcal{C}_1$ au point **B** de coordonnées **(1 ; 6)**.

d - Tracer cette tangente $\mathbf{T_1}$ dans le plan rapporté au repère de **l'annexe 2 page 8/10 (à joindre à la copie)**.

2.3 - Tracer $\mathcal{C}_1$ dans le plan rapporté au repère de **l'annexe 2 page 8/10**.

Partie A.2 : Etude de la courbe $\mathscr{C}_2$

Soit g la fonction de la variable réelle x définie sur l'intervalle **[1 ; 6]** par $g(x) = \dfrac{6}{x}$.

Soit $\mathscr{C}_2$ sa courbe représentative.

Soit T_2 la tangente à cette courbe ($\mathscr{C}_2$) au point **B (1 ; 6)**.

1 - Compléter le tableau de **valeurs n°2** figurant sur **l'annexe 1 page 7/10**.
Arrondir les résultats à **0,1**.

2 - Soit g' la fonction dérivée de la fonction g.

a - Déterminer $g'(x)$.

b - Calculer le nombre dérivé $g'(1)$.

c - Comparer $f'(1)$ et $g'(1)$.

d - En déduire que les tangentes T_1 et T_2 sont confondues. Justifier la réponse.

3 - Tracer $\mathscr{C}_2$ dans le plan rapporté au repère de **l'annexe 2 page 8/10**.

Partie B : Etude de la courbe Υ associée à l'élément ③

Soit la fonction h de la variable réelle x définie par :

- $h(x) = 1{,}5 \times f(x)$ pour les valeurs de x appartenant à l'intervalle **[0,25 ; 1]**.
- $h(x) = 1{,}5 \times g(x)$ pour les valeurs de x appartenant à l'intervalle **] 1 ; 6]**.

Soit Υ sa courbe représentative.

1 - Compléter le tableau de **valeurs n°3** figurant sur **l'annexe 1 page 7/10**.

2 - Tracer la courbe Υ dans le plan rapporté au repère de **l'annexe 2 page 8/10**.

Exercice 2 (8 points)

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A : Calcul du niveau sonore

Afin d'améliorer les conditions de travail dans l'atelier, l'entreprise réalise une étude concernant les nuisances sonores dues au fonctionnement de **3** machines identiques.

Les mesures sont effectuées à la même distance des trois machines.

Le niveau sonore L d'un bruit est donné par la relation : $L = 10 \times log \frac{I}{10^{-12}}$

où : ***log*** désigne le logarithme décimal ;
L est exprimé en décibels **(dB)** ;
I intensité acoustique, est exprimée en watts par mètre carré **(W/m^2)**.

On rappelle :

$log\ (a \times b) = log\ a + log\ b$; $log \frac{a}{b} = log\ a - log\ b$; $log\ 10^n = n$.

1 - Une **seule machine est en fonctionnement**, l'intensité acoustique est alors : $I = 2 \times 10^{-4}$ **W/m^2**.

a - Vérifier qu'alors le niveau sonore pour cette machine peut s'écrire : **80 + 10 log 2.**

b - Calculer la valeur de L arrondie à **0,1 dB**.

2 - Les **trois machines sont en fonctionnement**.

Le niveau sonore de l'ensemble des trois machines est alors **87,8 dB**.

Calculer l'intensité acoustique I' de l'ensemble, arrondie **à 10^{-4} W/m^2**.

Partie B : Utilisation d'une échelle logarithmique

Les parties B1 et B2 sont indépendantes.

Partie B.1 : Tracé sur une échelle logarithmique

Le port d'un casque protecteur efficace permet d'obtenir une diminution de la nuisance subie par l'utilisateur. La diminution de la nuisance dépend du temps pendant lequel le casque est porté.
Le tableau suivant a été établi :

x : temps de port, **en pourcentage du temps d'exposition**	**95**	**98**	**99,5**	**99,9**
y : diminution de la nuisance, **en dB**	**13**	**17**	**23**	**30**

1 - Placer les points de coordonnées **(x ; y)** dans le plan rapporté au repère orthogonal de **l'annexe 3 page 9/10 (à joindre à la copie)** pour lequel :

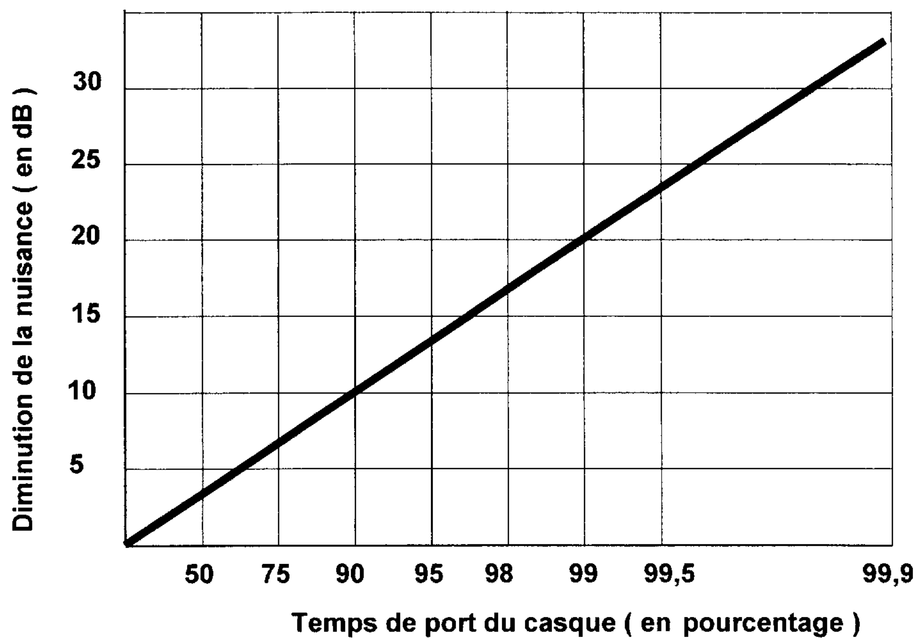
- en abscisses, on a le temps de port, **en pourcentage du temps d'exposition** sur une échelle logarithmique ;
- en ordonnées, on a la diminution de la nuisance sur une échelle linéaire avec pour unité graphique **2 cm pour 5 dB**.

2 - Soit Δ la droite donnant la tendance de la nuisance subit par l'utilisateur.
Tracer la droite Δ.

<u>Partie B.2</u> : Lecture sur une échelle logarithmique

La courbe plus complète de cette diminution de la nuisance, en fonction du temps pendant lequel le casque est porté, est représentée ci-dessous.

Le temps de port du casque est exprimé en pourcentage du temps d'exposition, sur une échelle logarithmique.



Pour les deux questions suivantes, les traits de construction doivent apparaître sur la représentation graphique n°2 de l'annexe 3 page 9/10 et la réponse est à rédiger sur la copie.

1 - Le casque est porté pendant **90%** du temps d'exposition.
Déterminer graphiquement la diminution de la nuisance.

2 - On désire obtenir une diminution de la nuisance de **20 dB**.
Déterminer graphiquement le pourcentage de temps de port du casque.

Annexe 1 (à joindre à la copie)

Tableau de valeurs n° 1 :

$f(x) = -4x^2 + 2x + 8$

Valeurs de x	0,25	0,5	0,75	1
Valeurs de $f(x)$ arrondies à 0,1		8		6

Tableau de valeurs n° 2 :

$g(x) = \frac{6}{x}$

Valeurs de x	1	1,5	2	3	4	5	6
Valeurs de $g(x)$ arrondies à 0,1	6			2			1

Tableau de valeurs n° 3 :

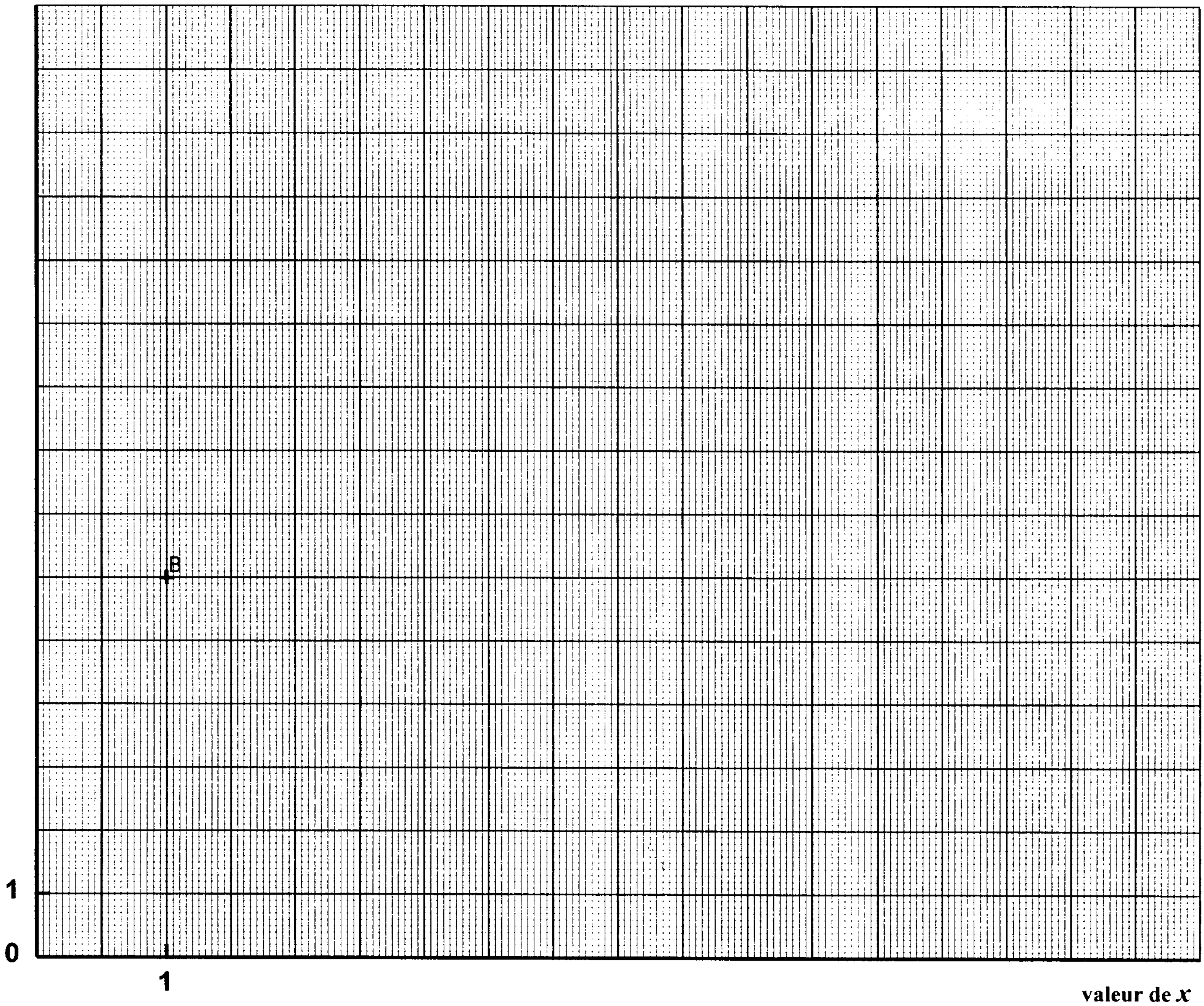
$h(x) = 1{,}5 \times f(x)$ pour x appartenant à $[\,0{,}25\ ;\ 1\,]$

$h(x) = 1{,}5 \times g(x)$ pour x appartenant à $]\,1\ ;\ 6\,]$

Valeurs de x	0,25	0,5	0,75	1	1,5	2	3	4	5	6
Valeurs de $h(x)$										

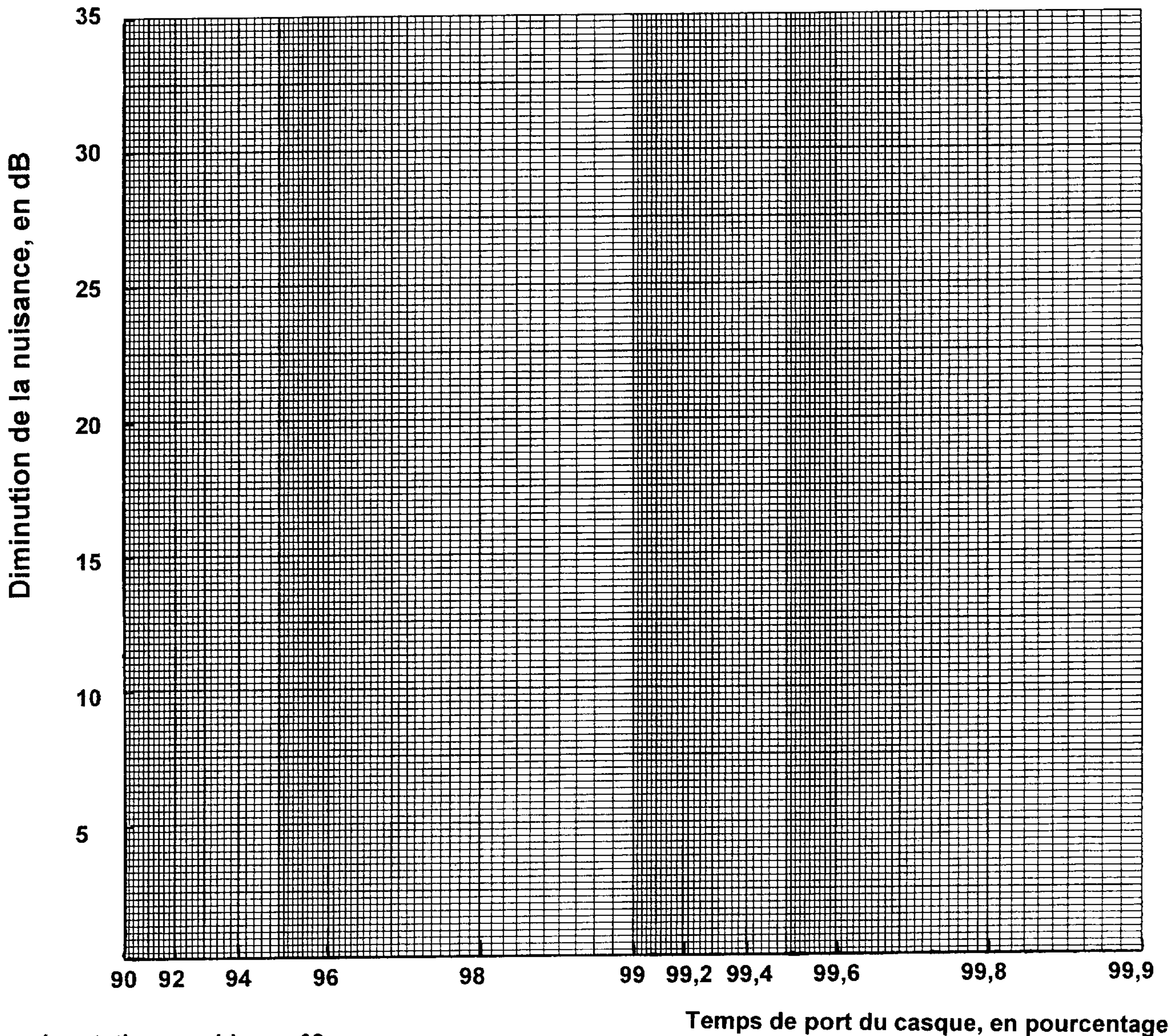
Annexe 2 (à joindre à la copie)

Représentations graphiques

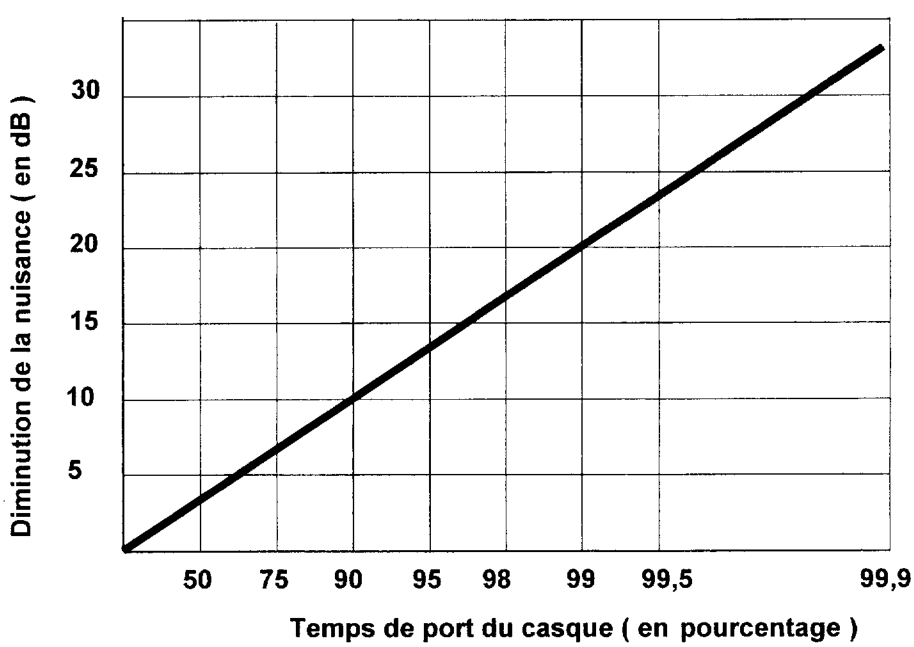


Annexe 3 (à joindre à la copie)

Représentation graphique n°1



Représentation graphique n°2



FORMULAIRE DE MATHEMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Artisanat - Bâtiment - Maintenance - Productique (Arrêté du 9 mai 1995 - BO Spécial N°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$au(x)$	$au'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré : $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle
- Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suite arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suite géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

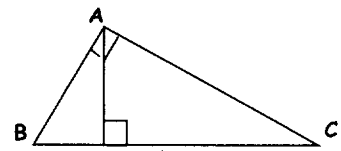
Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin\hat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos\hat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan\hat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} = \frac{c}{\sin\hat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin\hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

- Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh
- Sphère de rayon R :

  Aire = $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume = $\frac{4}{3}\pi R^3$

- Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume = $\frac{1}{3}$ Bh

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}\cdot\vec{v}' = xx' + yy'$ $\qquad$ $\vec{v}\cdot\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\qquad$ $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$ $\qquad$ $\vec{v}\cdot\vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}\cdot\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$