Session 2002

BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

MAINTENANCE des APPAREILS et EQUIPEMENTS MENAGERS et de COLLECTIVITES

Domaine E1 – Epreuve Scientifique et Technique

MATHEMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Durée : 2 heures

Coefficient : 1,5

La calculatrice est autorisée.

Les documents à rendre avec la copie seront agrafés en bas de la copie par le surveillant sans indication d'identité du candidat.

Le sujet comporte 8 pages dont :

FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1.q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$= 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

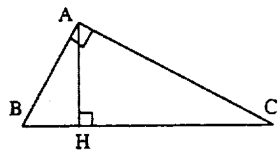
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin\hat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos\hat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan\hat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} = \frac{c}{\sin\hat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}bc\sin\hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

Le thème de toute l'épreuve est l'étude de la porte « froide » d'un four à pyrolyse.
<u>Les 3 exercices de mathématiques et les 3 exercices de sciences sont tous indépendants.</u>

MATHÉMATIQUES (13 points)

<u>EXERCICE 1</u> (4 points) : Etude d'une porte "froide"

Le cahier de charges du four est le suivant :
- au début du chauffage, les températures intérieure et extérieure du four sont égales à 20°C .
- la température de la vitre extérieure de la porte doit être de 30°C pour une utilisation normale du four à 220°C.
- la température de la vitre extérieure de la porte doit être de 50°C lors d'une pyrolyse à 500°C.

Ceci justifie le nom de « porte froide ».
La température intérieure du four y exprimée en °C est une fonction f de la température extérieure de la porte, x exprimé en °C.

1 - Etude de la fonction f.
On considère la fonction f définie par $f(x) = -0,2\,x^2 + 30\,x - 500$ sur l'intervalle [20 ; 50].

1.1 Soit f' la fonction dérivée de f. Déterminer $f'(x)$.

1.2 Compléter le tableau de variation de la fonction f sur l'annexe 1 page 5.

1.3 Sur l'annexe 1, compléter le tableau de valeurs de $f(x)$.

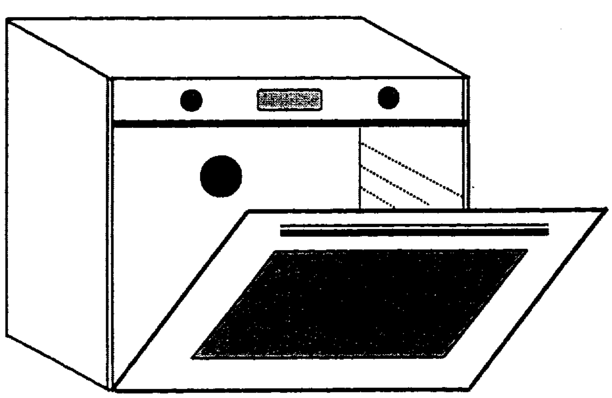
1.4 Dans le repère de l'annexe 1, tracer la courbe représentant la fonction f.

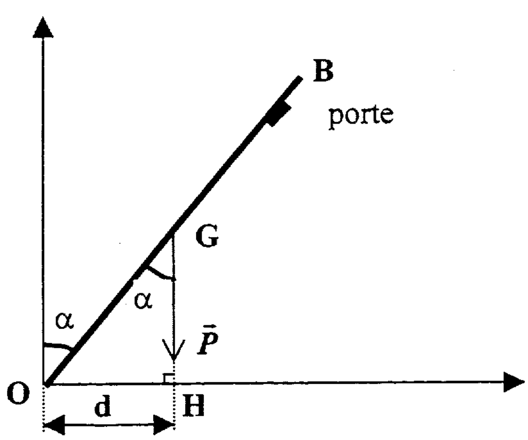
2 - Exploitation de la représentation graphique.

2.1 Placer sur la courbe les points suivants : D (20 ; 20) ; N (30 ; 220) ; P (50 ; 500)

2.2 En relation avec le cahier des charges mentionné au début de l'exercice, indiquer à quelles conditions d'utilisation correspondent les points D, N et P.

<u>EXERCICE 2</u> (5 points) : Etude du moment du poids de la porte.





Le moment $\mathcal{M}$ du poids de la porte est une fonction de l'angle α d'ouverture de la porte.

1. Détermination de $\mathcal{M}$.
   1.1 Le segment [OB] a pour longueur ℓ et pour milieu G. Le segment [OH] a pour longueur d. En utilisant le triangle OGH, déterminer l'expression de d en fonction de ℓ et de α.

   1.2 L'intensité du poids de la porte est P = 30 N. La hauteur ℓ de la porte vaut 0,46 m. La valeur du moment $\mathcal{M}$ est donnée par la relation : $\mathcal{M} = P \cdot d$
   Déterminer l'expression de $\mathcal{M}$ en fonction de α.

2. Etude d'une fonction.

Soit la fonction définie par $g(x) = 6{,}9 \sin x$ pour x appartenant à l'intervalle [0 ; 90] ; x étant exprimé en degré.

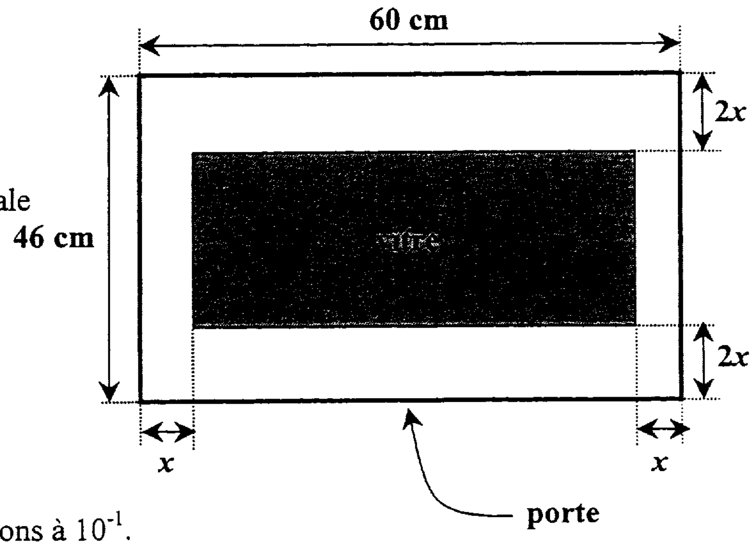
   2.1 Sur l'annexe 2 page 6, compléter le tableau de valeurs arrondies à 10^{-2}.
   2.2 Dans le repère de l'annexe 2, représenter graphiquement la fonction g.
   2.3 Déterminer la valeur maximale de $g(x)$.
   2.4 Déterminer graphiquement la valeur de x pour laquelle $g(x)$ est égal aux $\frac{2}{3}$ de sa valeur maximale (on laissera apparaître les pointillés nécessaires à la construction).
   2.5 Retrouver par le calcul cette valeur de x arrondie à l'unité.

3. En utilisant les résultats précédents, déterminer la mesure en degrés de l'angle α pour laquelle le moment $\mathcal{M}$ est égal aux $\frac{2}{3}$ de sa valeur maximale.

<u>EXERCICE 3</u> (4 points): Etude de la position du vitrage de la porte.

On utilisera le cm comme unité de longueur et le cm^2 comme unité d'aire.

1. Exprimer en fonction du nombre réel positif x l'aire S du vitrage rectangulaire grisé sur le dessin.



2. On veut que l'aire de la surface vitrée soit égale à la moitié de l'aire de la surface totale de la porte.
   Montrer que x est solution de l'équation :
   $$8x^2 - 332x + 1\,380 = 0$$

3. Résolution de l'équation.
   3.1 Résoudre l'équation et arrondir les solutions à 10^{-1}.
   3.2 En tenant compte du schéma, choisir la solution convenable.

ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)

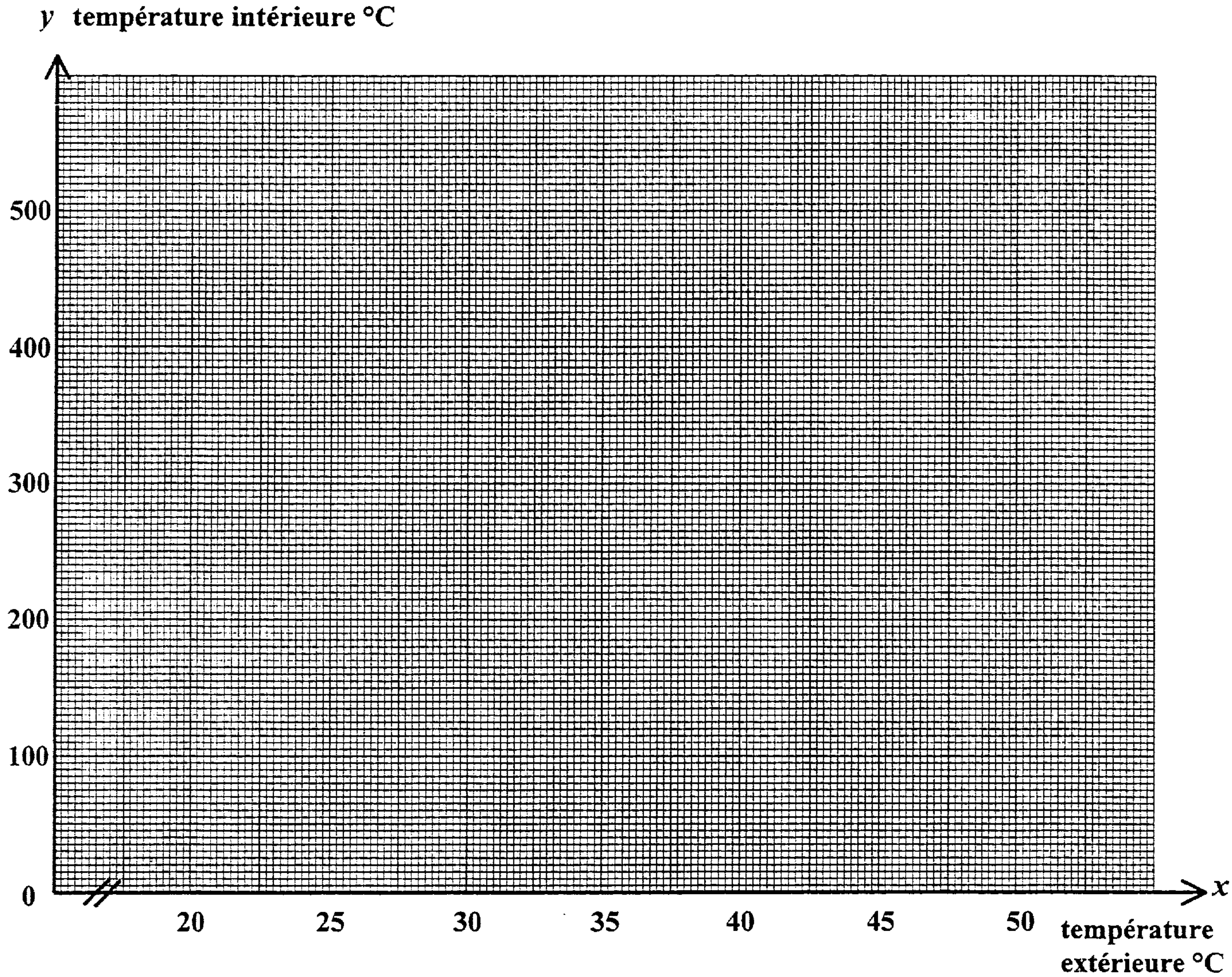
Compléter le tableau de variation de la fonction f :

x	20	50
signe de $f'(x)$		
variation de f		

Compléter le tableau de valeurs de la fonction f :

x	20	25	30	35	40	45	50
$f(x)$			220				

Représentation graphique de la fonction f :

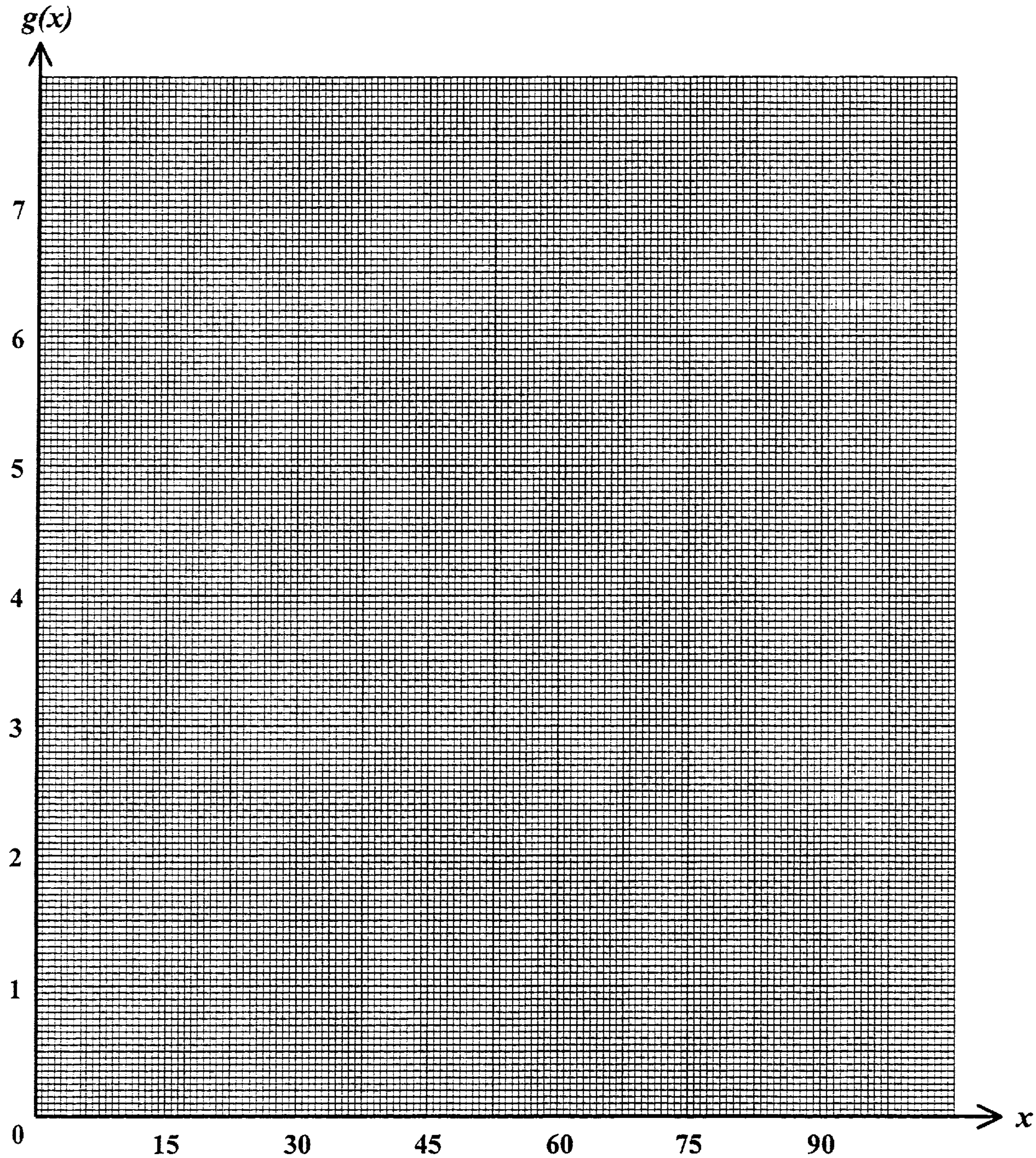


ANNEXE 2 (à rendre avec la copie)

Compléter le tableau de valeurs de la fonction g :

x	0	15	30	45	60	75	90
$g(x)$							6,90

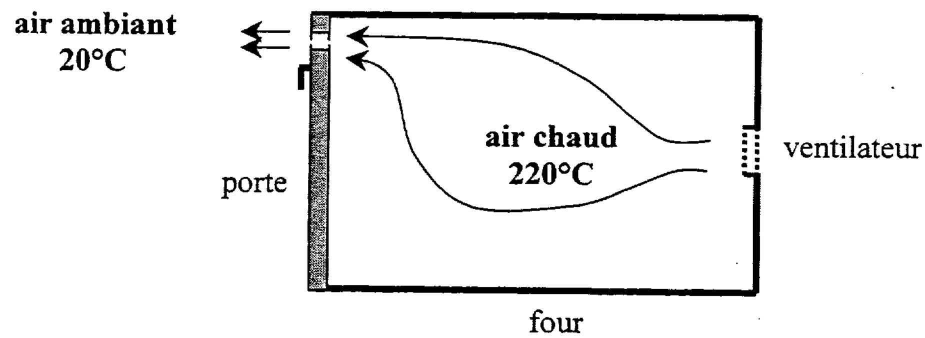
Représentation graphique de la fonction g :



SCIENCES PHYSIQUES (7 points)

EXERCICE 1 : ventilation du four et dissipation de l'énergie thermique.

En fin d'utilisation, une ventilation permet de faire baisser rapidement la température intérieure du four, ceci a pur but de stopper la cuisson et de préserver les composants électriques.
Le four a un volume utile de 53 L et la température intérieure en fonctionnement normal est de 220 °C.



1.1. Calculer au gramme près la masse d'air chaud dans le four sachant que la masse volumique de cet air chaud est $\rho = 0{,}72$ kg/m^3.

1.2. Calculer l'énergie thermique apportée par cette masse d'air à 220°C lorsqu'elle est ventilée dans la pièce où l'air ambiant est à 20°C. La capacité thermique massique de l'air chaud est 1000 J/(kg.°C).

1.3. Le débit d'air du ventilateur est 126 L/min.
   1.3.1. Transformer ce débit en m^3/s, arrondi à 10^{-4}.
   1.3.2. L'évacuation de l'air chaud du four s'effectue en haut de la porte à travers une surface rectangulaire de longueur 45 cm et de largeur 2 cm. Calculer à 10^{-2} m/s près la vitesse de sortie de cet air chaud à travers cette surface rectangulaire.

EXERCICE 2 : étude de la dilatation du quadruple vitrage de la porte lors de la pyrolyse.

Le principe de porte « froide » réside dans un quadruple vitrage. Une vitre de la porte est un rectangle dont l'aire, à la température de 0°C, est $S_0 = 1\,380$ cm^2.
Le coefficient de dilatation linéique du verre est $\lambda = 1{,}5 \,.\, 10^{-5}$ (°C^{-1}) et pour une surface, le coefficient de dilatation "surfacique" est $\alpha = 2\lambda$.

2.1. Calculer, au cm^2 près, l'aire S_{50} de la vitre la plus extérieure quand sa température est de 50°C.

2.2. Calculer, au cm^2 près, l'aire S_{500} de la vitre la plus intérieure quand sa température est de 500°C.

2.3. Quelle est, en cm^2, la dilatation (ou augmentation de surface) ΔS de la vitre la plus intérieure quand sa température varie entre les valeurs extrêmes : 0°C et 500°C ?

EXERCICE 3 : pyrolyse des résidus graisseux dans le four.

Les graisses et huiles présents dans le four sont constitués essentiellement de molécules de glycérol dont la formule brute est $C_3H_8O_3$. Pendant la pyrolyse, la porte du four est bloquée.

Masses molaires atomiques : M(C) = 12 g/mol ; M(H) = 1 g/mol ; M(O) = 16 g/mol

3.1. Le glycérol est un corps dont l'origine est un alcane comportant le même nombre d'atomes de carbone. Donner le nom, écrire la formule brute puis la formule semi-développée de cet alcane.

3.2. Calculer la masse molaire moléculaire du glycérol.

3.3. La pyrolyse transforme les résidus graisseux en carbone C et vapeur d'eau H_2O.
Recopier, compléter et équilibrer l'équation bilan ci-dessous traduisant la pyrolyse du glycérol :

$$C_3H_8O_3 + O_2 \longrightarrow$$

3.4. Après la pyrolyse, on recueille dans le four 18 g de carbone. Quelle était la masse de glycérol présente avant la pyrolyse ?

3.5. L'opération de pyrolyse peut-elle être assimilée à une combustion complète ou à une combustion incomplète ? Expliquer brièvement la réponse.

Quelques formules pour les exercices de sciences physiques

$$\rho = \frac{m}{V} \quad ; \quad W = m \cdot c \cdot \Delta\theta$$

$$q = S \cdot v \quad ; \quad S_\theta = S_0 (1 + \alpha.\theta)$$