BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

PRODUCTIQUE MÉCANIQUE

Option : USINAGE

Épreuve E1 - ***Épreuve Scientifique et Technique***

Sous épreuve B1 - ***« Mathématiques et Sciences Physiques »*** **(U12)**

Ce sujet comporte 7 pages.

Les pages 6 et 7 sont à rendre avec la copie d'examen.

Ces pages seront insérées à l'intérieur de la copie et agrafées dans la partie inférieure de celle-ci.

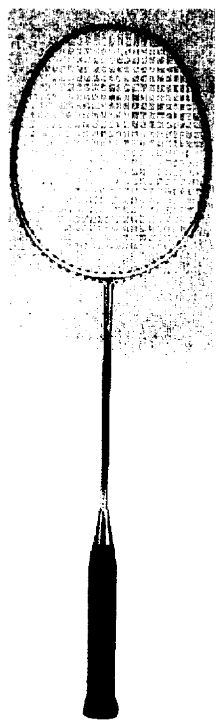
L'usage des instruments de calcul est autorisé conformément à la circulaire 99-186 du 16 novembre 1999.

Durée : 2 heures **Coefficient : 2**

Barème: - Mathématiques → 15 points
- Sciences physiques → 5 points

Épreuve de Mathématiques et Sciences Physiques

Le badminton est un sport olympique depuis 1992 dominé par l'Indonésie et le Danemark.
Il mobilise une très grande énergie.
Lors d'un smash, le volant quitte la raquette avec une vitesse pouvant atteindre 300 km/h.
L'objet de ce sujet est de modéliser la forme du tamis d'une raquette de badminton à l'aide de fonctions numériques et d'étudier les matériaux constituant la raquette.



MATHEMATIQUES (15 points)

EXERCICE 1 : (6 points) ***Partie inférieure du tamis.***

Le bas du tamis est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle [5 ; 15] par :

$$f(x) = 0{,}16x^2 - 3{,}2x + 16$$

On note C_1 la représentation graphique de la fonction f dans le repère de l'ANNEXE 1. Elle passe par les points A(5 ; 4) et B(x_B ; 4).

Recherche de l'abscisse du point B.

1. **a)** Résoudre l'équation : $0{,}16x^2 - 3{,}2x + 12 = 0$.

b) En déduire l'abscisse x_B du point B.

c) Placer les points A et B dans le repère de l'ANNEXE 1.

Etude de la fonction f.

2. **a)** Déterminer la dérivée f' de la fonction f.

b) Résoudre l'équation $f'(x) = 0$ et déterminer le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [5 ; 15].

c) Compléter le tableau de variation de la fonction f figurant en ANNEXE 2.

3. **a)** Compléter le tableau de valeurs de l'ANNEXE 2.

b) Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le repère de l'ANNEXE 1.

EXERCICE 2 : (3 points) ***Partie supérieure du tamis.***

On considère la fonction g définie sur l'intervalle [5 ; 10] par :

$$g(x) = 15{,}5\ln x - 1{,}55x - 1{,}19$$

On note C_2 la représentation graphique de la fonction g dans le repère de l'ANNEXE 1.

1. **a)** Compléter le tableau de valeurs de l'ANNEXE 2. Arrondir les valeurs à 10^{-1}.

b) Tracer la courbe C_2 dans le repère de l'ANNEXE 1.

2. En notant g' la dérivée de la fonction g, on a $g'(x) = 1{,}55\left(\frac{10}{x} - 1\right)$.

a) Calculer $g'(10)$.
Que peut-on en conclure concernant le point de la courbe C_2 dont l'abscisse vaut 10 ?
Placer le point E (5 ; 16) dans le repère de l'ANNEXE 1.

b) Calculer $g'(5)$.
En choisissant parmi les équations suivantes, écrire l'équation de la tangente à la courbe C_2 au point E.

$y = 5x + 16$ $\qquad$ $y = 1{,}55x + 8{,}25$

$y = -1{,}55x + 16$ $\qquad$ $y = 8{,}25x + 1{,}55$

Justifier la réponse *(Il n'est pas demandé de tracer cette tangente).*

<u>EXERCICE 3</u> : (6 points) ***Construction de la partie intermédiaire*** $\overset{\frown}{AE}$

La partie intermédiaire $\overset{\frown}{AE}$ est assimilée à un arc de cercle passant par les points A, D et E.

1. **a)** Lire les coordonnées du point D dans le repère de l'ANNEXE 1.

b) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AD}$.

2. Montrer que les coordonnées du point I milieu du segment [AD] sont (4,25 ; 7)

3. Le point F est le centre de l'arc de cercle passant par les points A, D et E.
Ses coordonnées sont : $F(x_F ; 10)$.

a) Exprimer en fonction de x_F, les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{IF}$.

b) Exprimer en fonction de x_F, le produit scalaire $\overrightarrow{IF}.\overrightarrow{AD}$ des vecteurs $\overrightarrow{IF}$ et $\overrightarrow{AD}$.

c) Les vecteurs $\overrightarrow{IF}$ et $\overrightarrow{AD}$ étant orthogonaux, montrer que l'équation permettant de trouver l'abscisse du point F est : $-1,5\,x_F + 24,375 = 0$.

d) Résoudre l'équation précédente.

e) Placer le point F puis construire l'arc $\overset{\frown}{AE}$ dans le repère de l'ANNEXE 1.

4. Compléter le tracé du tamis par symétrie orthogonale dont l'axe de symétrie est la droite Δ d'équation : $x = 10$.

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

1. La raquette (3 points)

Les raquettes de badminton d'abord fabriquées en bois puis en aluminium sont aujourd'hui majoritairement fabriquées en carbone graphite.
L'évolution des matériaux a permis la fabrication de raquettes en titane (Ti), préférées par les grands joueurs pour leur légèreté et leurs qualités mécaniques.

Le titane est obtenu à partir d'oxydes naturels, tels que le rutile et l'ilménite. Le minerai subit plusieurs transformations :

a) La première transformation consiste à chlorer le dioxyde de titane en présence de carbone.

Cette réaction se traduit par l'équation non équilibrée suivante :

$$TiO_2 + Cl_2 + C \rightarrow TiCl_4 + CO$$

Equilibrer l'équation de cette réaction.

b) Le tétrachlorure de titane obtenu ($TiCl_4$) est ensuite réduit en présence de magnésium.
L'équation de réduction du titane s'écrit : $Ti^{4+} + 4e^- \rightarrow Ti$.
Ecrire l'équation d'oxydation du magnésium. (*Couple rédox :* Mg^{2+}/Mg).

c) Ecrire l'équation bilan de l'oxydoréduction précédente.

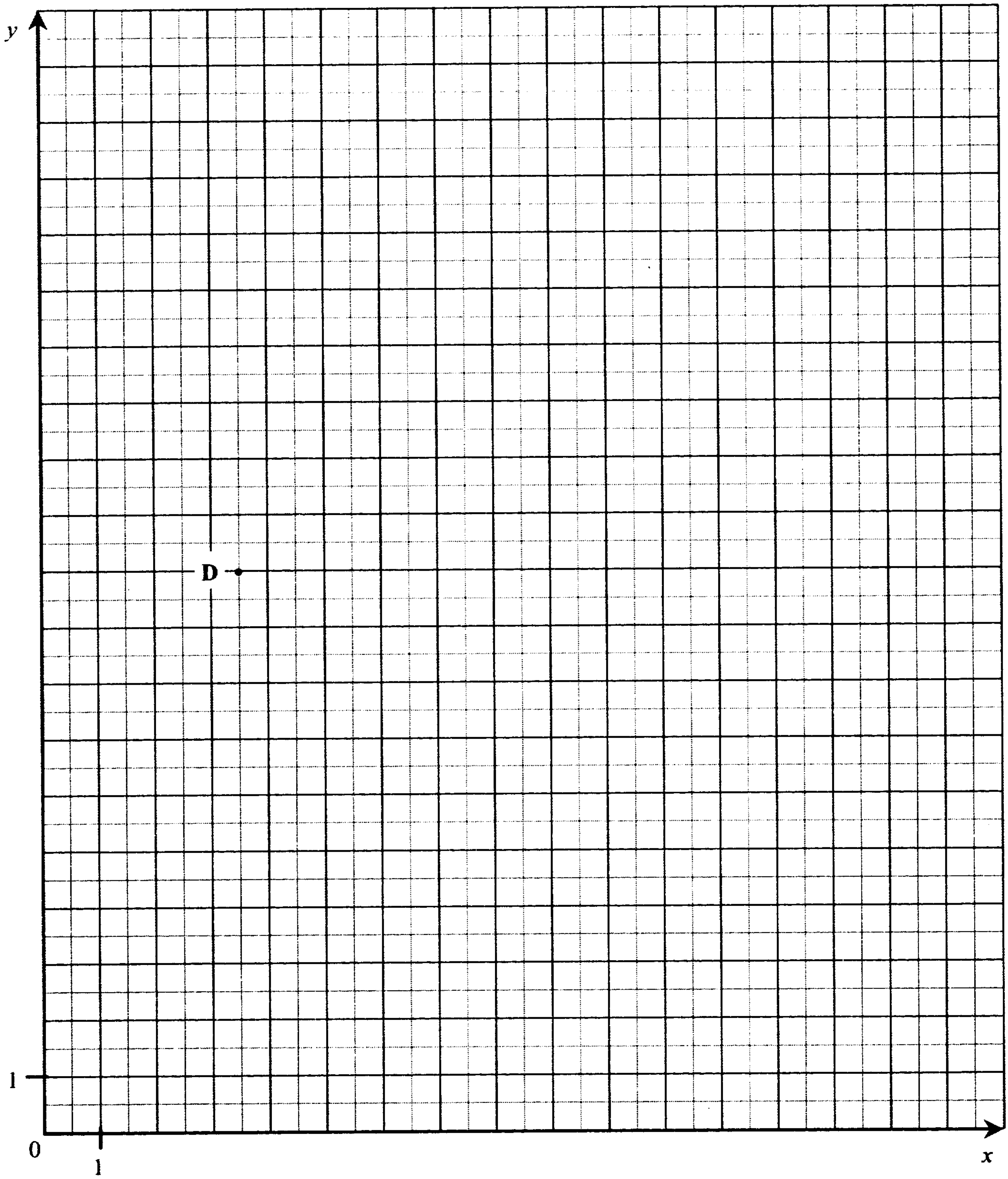
2. La machine à corder (2 points)

Le cordage est tendu grâce à une machine à corder qui répartit uniformément la tension des cordes sur le tamis et lui évite de se voiler.
La machine porte les indications suivantes :

230 V ; 50 Hz
200 W
$\cos\varphi = 0,95$

Calculer l'intensité du courant absorbé par la machine.
Arrondir la valeur à 10^{-2}.

ANNEXE 1
A remettre avec la copie



SESSION	CODE EPREUVE	PAGE
2002	0206-PM.STB	6/7

ANNEXE 2
A remettre avec la copie

EXERCICE 1 :

Question 2.c :

Tableau de variation

x	5 15
Signe de $f'(x)$	0
Sens de variation de f	

Question 3. :

Tableau de valeurs *(les résultats seronts arrondis au dixième).*

x	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$f(x)$	4		1,44		0,16			0,64		2,56	

EXERCICE 2 :

Question 1. :

Tableau de valeurs

x	5	6	7	8	9	10
$g(x)$	16					19

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \dfrac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \dfrac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\qquad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

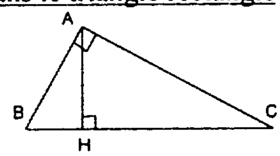
Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\dfrac{a}{\sin \widehat{A}} = \dfrac{b}{\sin \widehat{B}} = \dfrac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$