BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

"MAINTENANCE ET EXPLOITATION DES MATERIELS AGRICOLES, DE TRAVAUX PUBLICS, DE PARCS ET

SESSION 2002

EPREUVE E1B1 - U12

SOUS-EPREUVE ECRITE

SUJET

MATHEMATIQUES et SCIENCES PHYSIQUES

Durée : 2 heures
Coefficient : 2

Le présent sujet comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5 auquel s'ajoute le formulaire numéroté 1/1.

La feuille Annexe (page 5/5) est à rendre avec le sujet. Elle sera agrafée à la copie par le centre d'examen.

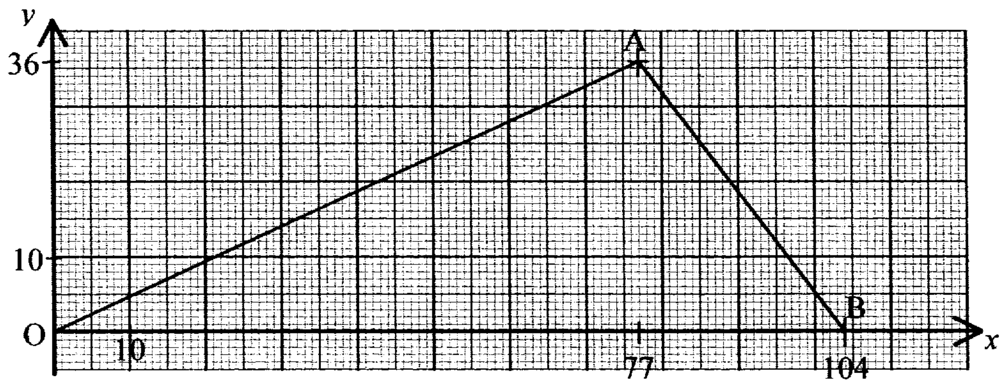
L'usage de la calculatrice est autorisé.

Partie Mathématiques (sur 15 points)

Exercice 1 (sur 7 points) :

Un moteur (voir page 2/5) est suspendu à un palan à l'aide d'une chaîne et de trois manilles en O, A et B.
L'objectif du problème est de déterminer la valeur de l'angle $\widehat{OAB}$ et de vérifier le respect d'une consigne de sécurité associée à ce montage.

Pour une modélisation de ce problème, on considère le repère orthonormal d'origine O, d'axes (Ox) et (Oy) tel que les points A et B ont respectivement pour coordonnées (77 ; 36) et (104 ; 0).
L'unité graphique de ce repère représente 1 mm dans la réalité.



1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AO}$ et $\overrightarrow{AB}$.

2) Calculer la norme du vecteur $\overrightarrow{AO}$.

Pour la suite du problème on considère que : $\|\overrightarrow{AO}\| = 85$ et $\|\overrightarrow{AB}\| = 45$.

3) Montrer que le produit scalaire $\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{AB}$ est égal à – 783.

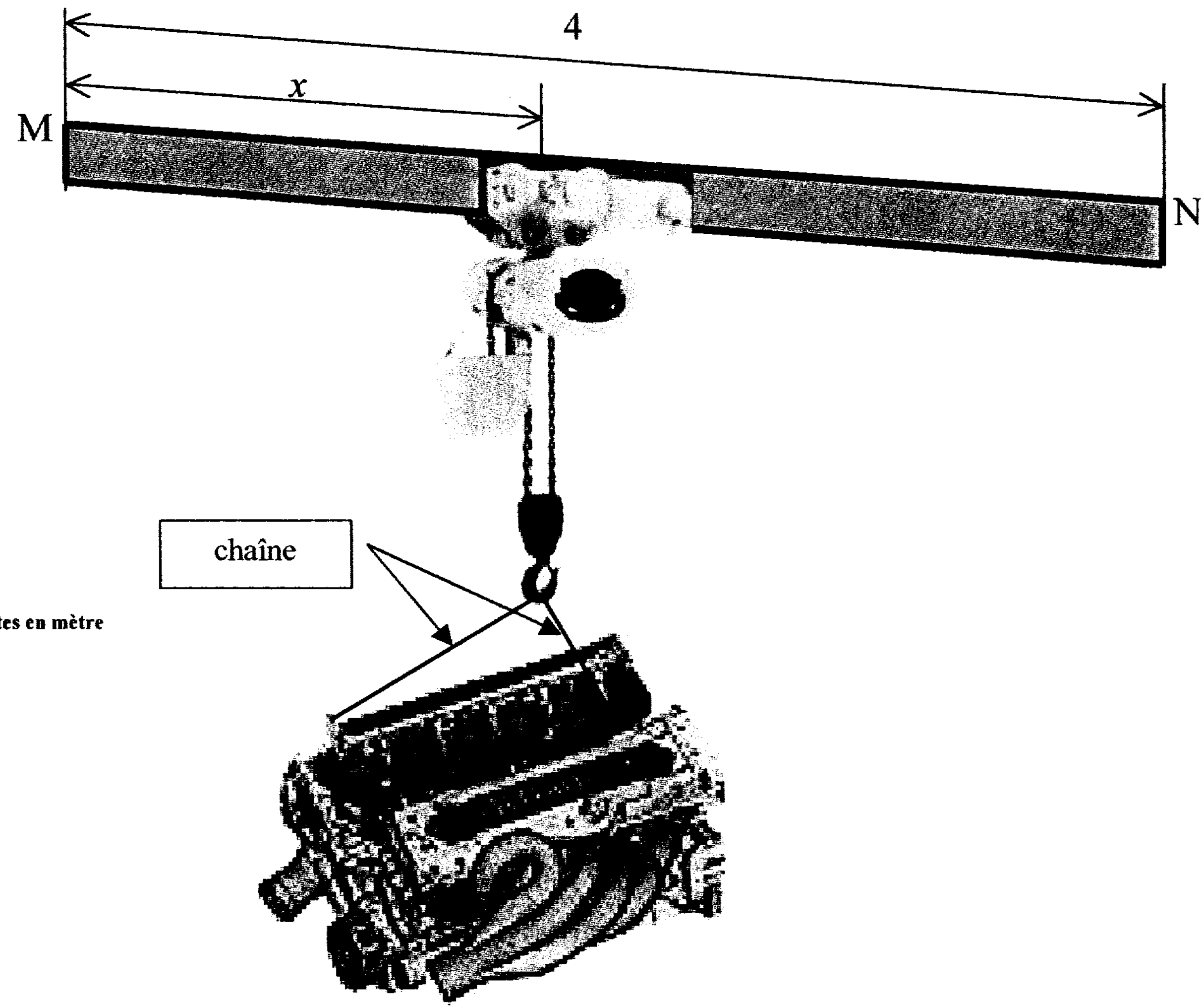
4) Montrer que la valeur arrondie à 10^{-3} de cos $\widehat{OAB}$ est égale à - 0,205.

5) En déduire la valeur de l'angle $\widehat{OAB}$ (arrondir au degré).

6) Compte tenu des caractéristiques de la chaîne et des efforts fournis sur celle-ci, la consigne de sécurité stipule que la valeur de l'angle $\widehat{OAB}$ doit être inférieur à 100°.
Conclure.

Exercice 2 (sur 8 points) :

Un pont roulant est constitué d'une poutre horizontale MN de 4 m de longueur.
Sous la charge du moteur, vu dans l'exercice précédent, cette poutre subit une déformation (fléchissement) en fonction de la position du palan par rapport à son extrémité M.



cotes en mètre

La valeur du fléchissement (en mètre) est modélisée dans ce cas par la fonction f telle que : pour tout x appartenant à $[0 ; 2{,}5]$ où x représente la position (en mètre) du palan par rapport à l'extrémité M :

$$f(x) = 10^{-3} \times g(x)$$

avec $g(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 4x$.

L'objectif de ce problème est de déterminer la valeur maximale du fléchissement et la position correspondante du palan par rapport à M.

A) Etude algébrique :

On se propose d'étudier la fonction $\boldsymbol{g}$ pour x appartenant à l'intervalle [0 ; 2,5].

1) Compléter le tableau de valeurs en annexe page 5/5.
2) On note $\boldsymbol{g'}$ la fonction dérivée de la fonction $\boldsymbol{g}$. Calculer $g'(x)$.
3) Résoudre l'équation d'inconnue x, $g'(x) = 0$ sur l'intervalle [0 ; 2,5].
4) Montrer que $g'(x) = (2 - x)(2 + x)$. En déduire le signe de $g'(x)$ sur l'intervalle [0 ; 2,5].
5) Compléter, en annexe page 5/5, le tableau de variations de la fonction $\boldsymbol{g}$.
6) Représenter graphiquement, en annexe page 5/5, la fonction $\boldsymbol{g}$.
7) Indiquer la valeur de x pour laquelle la fonction $\boldsymbol{g}$ admet un maximum. On nomme x_m cette valeur.
8) Calculer $f(x_m)$.

B) Retour au problème posé :

A partir de l'étude précédente, indiquer la valeur maximale du fléchissement de cette poutre lorsqu'elle supporte la charge constituée du moteur ainsi que la position correspondante du palan.

Partie Sciences Physiques (sur 5 points)

Exercice 3 (sur 3 points) :

Le pont roulant est muni d'un moteur asynchrone triphasé branché sur un réseau 230V/400V.

On extrait de sa plaque signalétique les informations suivantes :

CV	Phase	Hz	volts	ampères
3	3	50	sur	8,7
tr/min	**cosφ**	**rendement**	**volts**	**ampères**
2890	**0,88**	**84 %**	**400**	**5**

1) Calculer la puissance électrique absorbée par ce moteur.
2) En déduire, arrondi au watt, la puissance mécanique fournie par ce moteur.
3) Calculer l'énergie électrique consommée pendant 5 h de fonctionnement cumulé.

Exercice 4 (sur 2 points) :

Un écrou de la charge portée par le palan immobile chute sans vitesse initiale d'une hauteur de 5 m.

La masse de cet écrou est de 40 g.

1) Calculer la valeur de son énergie potentielle juste avant qu'il ne tombe.
2) Sachant que l'énergie mécanique se conserve, déduire la valeur de l'énergie cinétique de l'écrou au moment du contact avec le sol.
3) Calculer la vitesse de l'écrou au moment de l'impact.

On donne : $E_{\text{potentielle}} = mgh$ avec $g = 10$ N/kg

$$E_{\text{cinétique}} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_{\text{mécanique}} = E_{\text{potentielle}} + E_{\text{cinétique}}$$

ANNEXE à rendre avec la copie

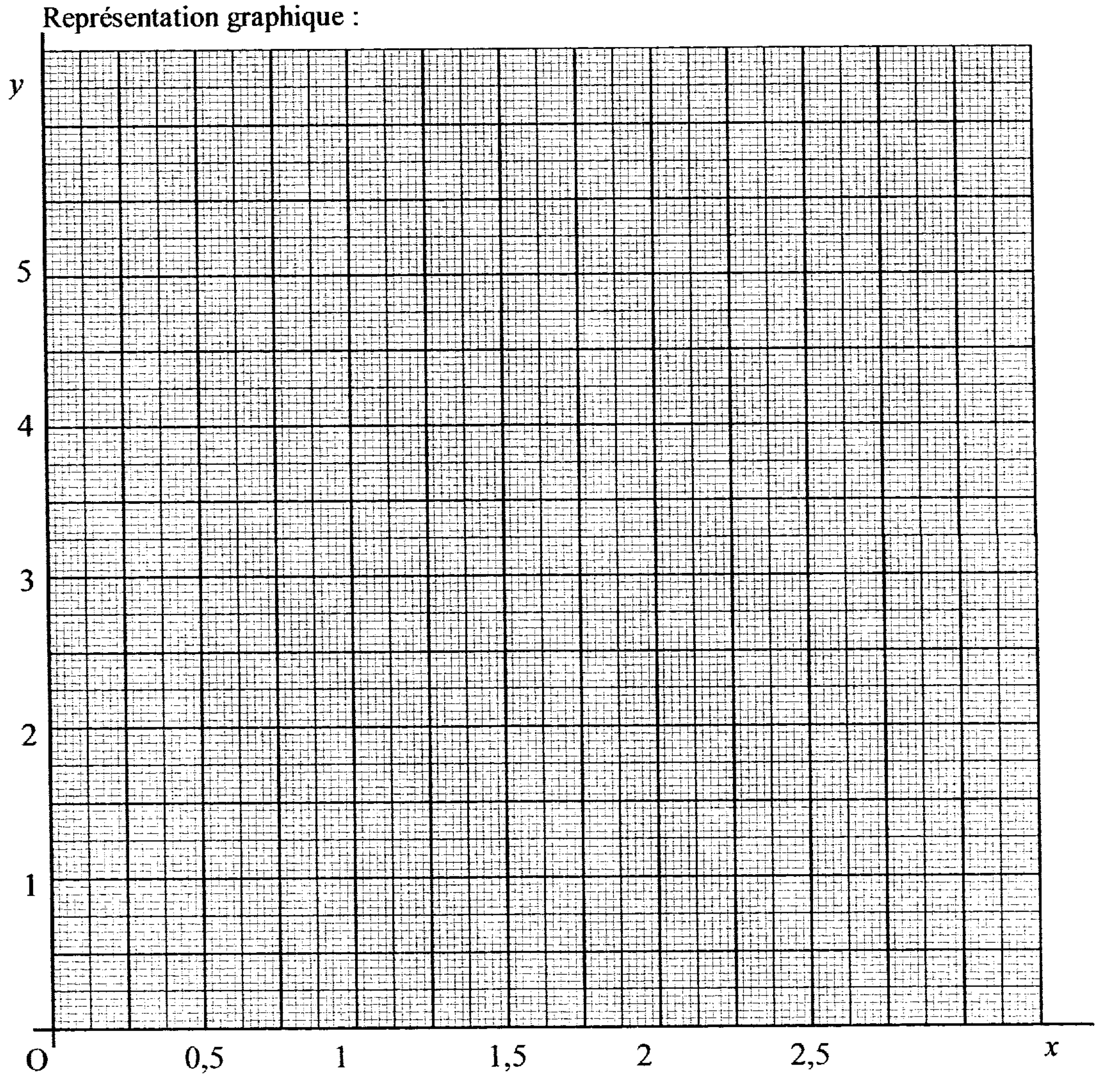
Tableau de valeurs : $g(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 4x$

x	0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5
valeur de $g(x)$ arrondie au dixième		1,0			3,7			5,2			4,8

Tableau de variations :

x	0		…		2,5
signe de g '(x)		+	0	−	
variation de g					

Représentation graphique :



Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle
- Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + ... + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 . q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + ... + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

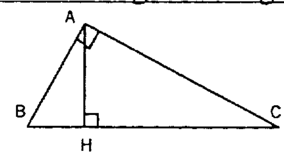
Variance

$V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

plan	espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$