Session 2002 0209 - REA ST B

E1 - EPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

SOUS EPREUVE B1 - MATHEMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Durée : 2 heures - Coefficient : 2

Documents remis au candidat : 7

- Texte du sujet	: feuilles : 1/7 – 2/7 – 3/7 – 4/7 – 5/7
- Document à rendre	: feuille : 6/7
- Formulaire	: feuille : 7/7

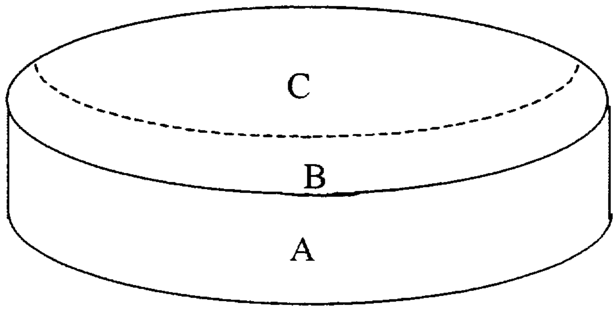
La feuille 6/7 devra être encartée dans une copie double anonymée.

NOTA : Dès la distribution du sujet, assurez-vous que l'exemplaire qui vous a été remis est conforme à la liste ci-dessus ; s'il est incomplet, demandez un nouvel exemplaire au responsable de salle.

Mathématiques - 15 points

Exercice 1 : Fonds bombés à grand rayon de carre

Les fonds bombés à grand rayon de carre GRC sont des fonds en anse de panier (torisphérique) constitués par une calotte sphérique, un élément torique appelé carre et un bord cylindrique.



Allure de la pièce

L'annexe 1 représente une coupe d'un tel fond bombé où la calotte sphérique correspond à C, l'élément torique correspond à B et le bord cylindrique correspond à A.

Notations usuelles:

- D_e est le diamètre extérieur.
- D_i est le diamètre intérieur.
- E est l' épaisseur.
- h_2 est la flèche intérieure.
- h_1 est la hauteur du bord droit.
- $T = h_1 + h_2 + E$ est la hauteur.
- R_i est le rayon intérieur de la calotte sphérique.
- r_c est le rayon de carre.

Partie A: reproduction d'un fond bombé GRC

1 - Reproduire, sur l'annexe 2 en suivant le modèle donné dans l'annexe 1, en laissant les traits de construction apparents, la partie constituée par les points O, I, J, I_1, J_1 avec les côtes suivantes : $R_i = 140$ mm, E = 5 mm, $\alpha = 30°$.

2 - Reproduire en laissant les traits de construction apparents, la partie constituée par les points L_2, J, K, K_1, J_1.
On donne $h_2 = 40$ mm et $\beta = 60°$.

3 - Reproduire la partie constituée par les points K, K_1 , L, L_1, M, N. On donne $h_1 = 10$ mm.

4 - Compléter par symétrie orthogonale d'axe OI le plan du fond bombé GRC considéré.

Partie B : calcul de côtes

Les résultats seront exprimés en millimètre.

5 - Exprimer y en fonction R_i, h_2 et cos α, puis calculer sa valeur à 10^{-2} mm.

6 - Exprimer r_c en fonction de y et de R_i, puis calculer sa valeur à 10^{-2} mm.

7 - Exprimer x en fonction de R_i, h_2 et tan α, puis calculer sa valeur à 10^{-2} mm.

8 - Exprimer D_i en fonction de r_c et x, puis calculer sa valeur à 10^{-2} mm.

9 - Exprimer D_e en fonction de D_i et de E, puis calculer sa valeur à 10^{-2} mm.

Il est possible de comparer les résultats avec le tracé effectué en partie A.

Exercice 2: Optimisation du volume d'une boîte cylindrique.

On considère une boîte de conserve cylindrique de rayon x et de hauteur h.

Expression du volume de la boite.

1 - On appelle V le volume total de la boîte.
Exprimer V en fonction de x et de h.

2 - On appelle S l'aire de la surface développée de la boîte.
Exprimer S en fonction de x et de h.

3 - Exprimer h en fonction de S et de x.

4 - Exprimer V en fonction de S et de x. (on pourra utiliser les résultats obtenus au 1 et 3).

Dans la suite du problème on suppose que l'aire S est fixe.

Etude de fonction

Soit la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 10] par $f(x) = \frac{S}{2}x - \pi x^3$.

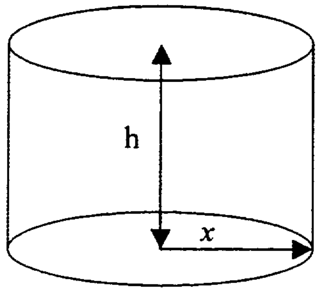
5 – Calculer la dérivée $f'(x)$ de la fonction de $f(x)$.

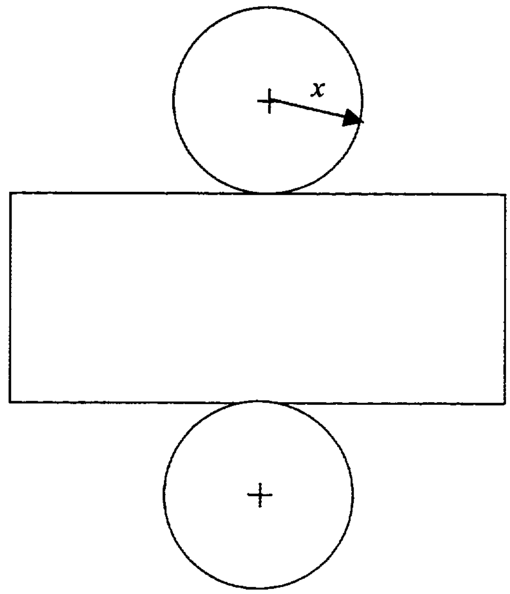
6 – Calculer la valeur de x qui annule $f(x)$.
Cette valeur correspond à un extremum de la fonction $f(x)$.

7 – Montrer que dans cette condition et en utilisant l'expression de h obtenue à la question 3, que h = $2x$.

Optimisation du volume

Le calcul précédent permet d'optimiser le volume de la boîte pour une surface de tôle disponible.
Déterminer la hauteur d'une boîte de rayon 5 cm.





Surface développée

Sciences physiques - 5 points

Etude d'une bobine

Aux bornes d'une bobine d'inductance $L = 0{,}06$ H et de résistance $r = 6\ \Omega$, on applique une tension sinusoïdale alternative dont la valeur est donnée par l'expression $u(t) = 311.\sin(314\ t)$.

1 - Déterminer la fréquence de cette tension.

2 - Déterminer la période de cette tension.

3 - Déterminer la valeur efficace de cette tension.

4 - Déterminer la valeur moyenne de cette tension.

5 - Déterminer l'impédance de la bobine.

6 - Déterminer la valeur efficace de l'intensité traversant la bobine.

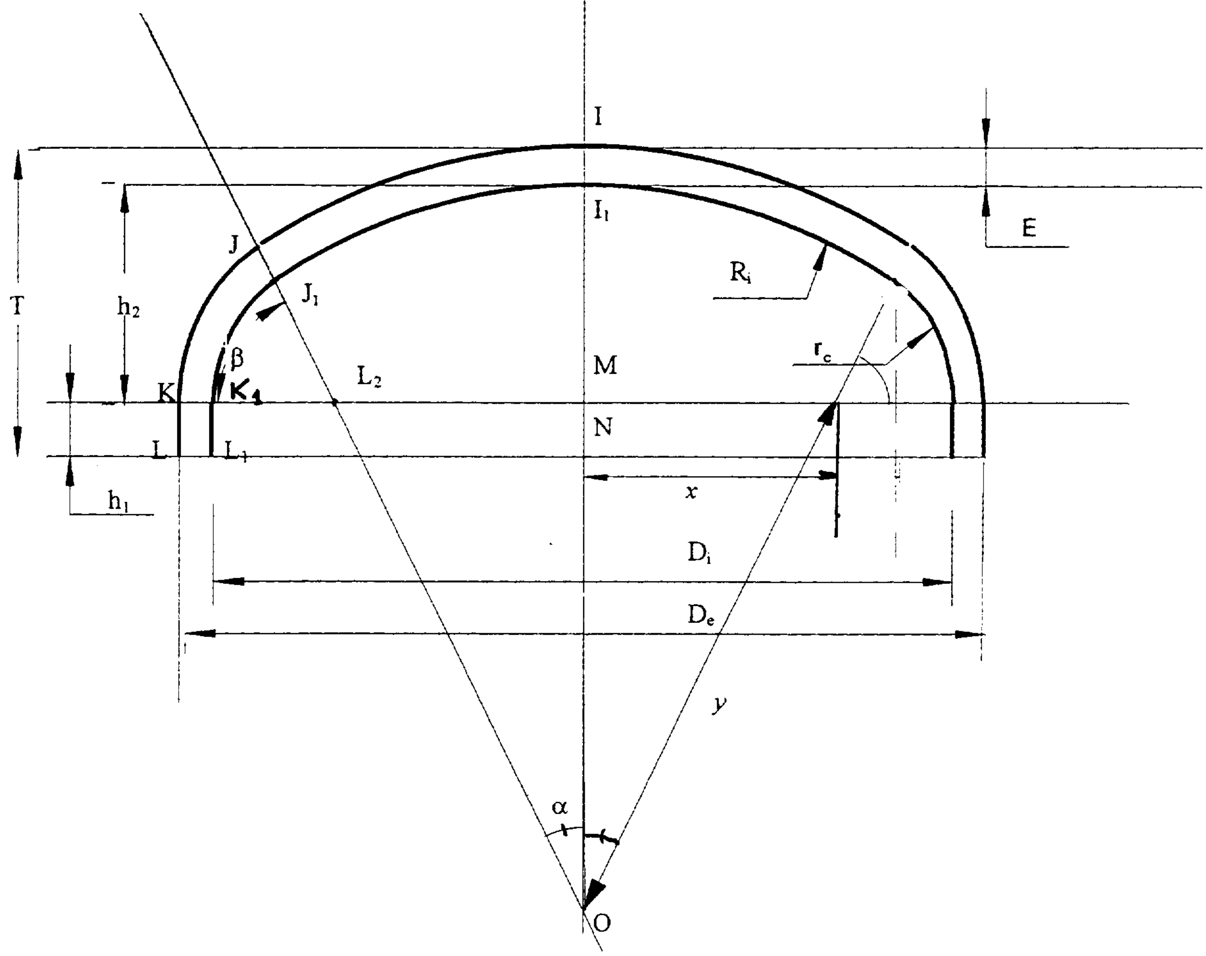
7 - Déterminer la puissance active délivrée par le générateur.

Rappels: $\mathbf{u(t) = U\sqrt{2}\,\sin(\omega\ t)}$; $\mathbf{Z = \sqrt{R^2 + (L\ \omega)^2}}$

La puissance active n'est consommée que dans la partie résistive de la bobine.

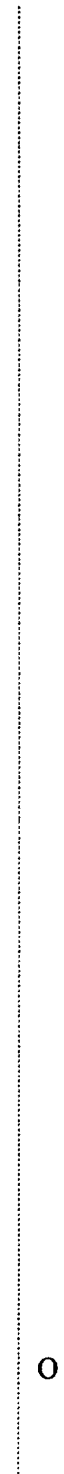
Annexe 1

Fonds bombés à grand rayon de carre



<u>Annexe 2</u>

<u>Document à rendre avec la copie</u>



FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 . q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad\;\;\;\; = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

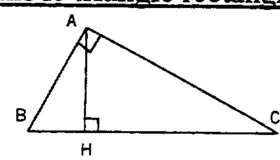
Variance

$$V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

dans le plan	dans l'espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\Vert\vec{v}\Vert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\Vert\vec{v}\Vert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \Vert\vec{v}\Vert \times \Vert\vec{v}'\Vert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$