BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL ÉQUIPEMENTS ET INSTALLATIONS ÉLECTRIQUES

SESSION 2002

Épreuve SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

(Unités : U.11, U.12, U.13)

Durée : 6 heures 45 min.

Coefficient : 5

E1

Cette épreuve comprend 3 sous-épreuves.

Sous-épreuve A1 : étude d'un système à dominante électrotechnique (durée 4 heures, coefficient 2)

Sous-épreuve B1 : mathématiques et sciences physiques (durée 2 heures, coefficient 2)

Sous-épreuve C1 : travaux pratiques de sciences physiques (durée 45 min., coefficient 1).

SOUS-ÉPREUVE B1 (Unité U.12)
Mathématiques et sciences physiques

Durée : 2 heures

Coefficient : 2

L'épreuve comprend deux parties obligatoires, indépendantes.

Une partie Sciences Physiques

Une partie Mathématiques

Matériel autorisé : CALCULATRICE

Circulaire 99.186 du 16 novembre 1999 : "Le matériel autorisé comprend toutes les calculatrices de poche y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

Les échanges de machines entre candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices **sont interdits**."

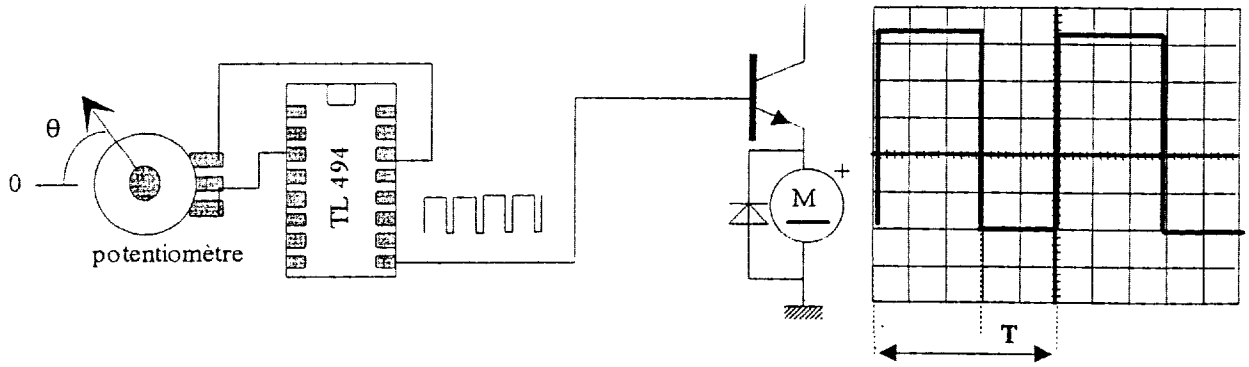
Ce sujet comporte : 8 pages (dont celle-ci)

EXERCICE 1 (2,5 points) : Transducteurs – Dynamique de la rotation

On utilise un hacheur pour régler la vitesse de rotation d'un moteur à courant continu. La commande du hacheur délivre une tension en créneaux de rapport cyclique variable. Cette tension est obtenue au moyen d'un circuit spécialisé TL 494 CN.
La vitesse du moteur se règle au moyen d'un potentiomètre circulaire à 10 tours.

Schéma de principe du montage :

Oscillogramme du signal délivré par le TL 494 et appliqué à la base du transistor.



- N désigne le nombre de tours effectué par l'axe du potentiomètre à partir du zéro.
- n désigne la fréquence de rotation du moteur.
- la durée de balayage de l'oscilloscope est de 50 µs par division.

1. Calculer la période T du signal ; en déduire la fréquence du signal.

2. Le rotor a un moment d'inertie J = 1,2 kg.m².
La fréquence de rotation du rotor passe de 120 tr/min à 420 tr/min d'un mouvement circulaire uniformément accéléré en 6 secondes.

   2.1 Calculer l'accélération angulaire α du rotor

   2.2 En déduire le moment constant M du couple à appliquer.

EXERCICE 2 (2,5 points) : Optique

Une lampe émet dans le domaine du visible. A l'aide d'un dispositif on mesure les longueurs d'onde des radiations dans le vide {480 nm ; 530 nm ; 590 nm ; 720 nm}. L'examen du spectre montre la série de couleurs jaune, vert, rouge, bleu.
La célérité de la lumière dans le vide vaut approximativement 3×10^8 m/s et un nanomètre (nm) vaut 10^{-9}m.

1. Calculer les fréquences des radiations de longueur d'onde λ_1 = 720 nm et λ_2 = 480 nm.

2. Compte tenu des informations, associer à chaque couleur précitée sa longueur d'onde.

Rouge	Jaune	Vert	Bleu

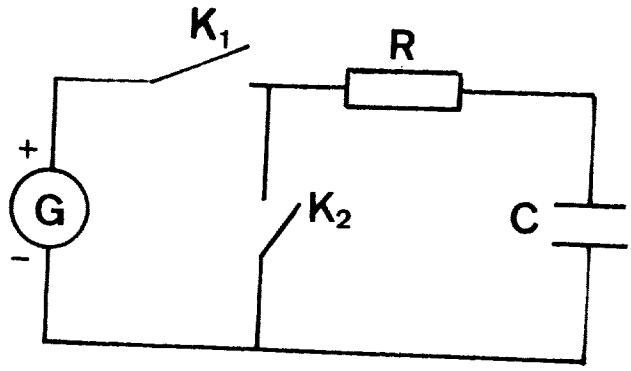
fréquences croissantes

EXERCICE 1 Étude de la charge d'un condensateur (9 points)

PARTIE 1 Présentation du problème (1 point)

Afin de déterminer le temps nécessaire pour charger, à 95 % de sa charge maximale.

Un condensateur de capacité C est placé dans le circuit représenté ci-dessous :



Initialement l'interrupteur K_1 est ouvert et l'interrupteur K_2 est fermé, le condensateur se décharge dans la résistance R.

Puis l'interrupteur K_1 est fermé et l'interrupteur K_2 est ouvert, le condensateur se charge, à travers la résistance R sous une tension continue E délivrée par le générateur G.

A l'instant t, la charge q du condensateur est telle que $q = C.E.\ (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$.

Dans l'exemple retenu : $C = 10^{-3}$ F ; $R = 10^{4}\ \Omega$; E = 10V et t = 70s.

1. Le produit RC est noté $\mathcal{J}$ (constante de temps). Calculer la valeur de $\mathcal{J}$ en $\Omega \times F$.

2. Écrire l'expression de la charge q, exprimée en Coulombs, en fonction de t, exprimé en secondes.

   L'objet du problème est, dans cet exemple :

   - de voir à partir de quel instant t_0 la charge du condensateur est égale à 95 % de la charge maximale atteinte pendant la durée de charge de 70s.

   - de comparer t_0 exprimé en seconde à 3 $\mathcal{J}$ exprimé en $\Omega \times F$ (comme le suggère les spécialistes de la question).

PARTIE 2. Étude d'une fonction (7 points)

Soit la fonction f définie pour tout t de l'intervalle [0 ; 70] par $f(t) = 0{,}01\ (1 - e^{-\frac{t}{10}})$.

1. Compléter le tableau de valeurs de l'ANNEXE 1.

2. Déterminer la fonction dérivée f ' de la fonction f.

3. Montrer que, pour tout t de l'intervalle [0 ; 70], $f'(t) > 0$.

4. Déduire du résultat précédent le sens de variation de la fonction f.

5. Dire pourquoi la plus grande valeur M atteinte par la fonction f est : $0{,}01\ (1 - e^{-7})$.

6. A l'ANNEXE 1, dans le plan rapporté au repère (Ox ; Oy) :

   a. tracer la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f ;

   b. Par une lecture graphique donner une estimation de la solution de l'équation d'inconnue t, $f(t) = \frac{95\,M}{100}$ où M est la plus grande valeur prise par f sur l'intervalle [0 ; 70]. (On utilisera la valeur arrondie à 10^{-4} de $\frac{95\,M}{100}$).

PARTIE 3. Réponse au problème posé. (1 point)

En utilisant les résultats obtenus dans les parties I et II, répondre aux deux questions suivantes.

1. A partir de quel instant t_0, peut-on estimer que la charge du condensateur est égale à 95 % de la charge maximale atteinte pendant la durée de charge de 70s ?

2. Les spécialistes indiquent que t_0, exprimé en s, est supérieure ou égal à $3\,\mathscr{J}$, exprimé en $\Omega \times F$, est-ce bien le cas ici ?

EXERCICE 2. **Résolution d'une équation différentielle et recherche d'une solution particulière. (2 points)**

La charge du condensateur de capacité C dans les conditions de la partie 1 de l'exercice 1 est associée à une équation différentielle.

On considère l'équation différentielle (E) $y' + 0{,}1.y = 0$ où y représente une fonction de la variable t définie sur R et y ' sa fonction dérivée.

a. Donner la solution générale de l'équation différentielle (E).

b. Déterminer la solution f de l'équation différentielle (E) qui satisfait la condition $f(0) = 10^{-2}$.

EXERCICE 3. **Évaluation graphique des solutions d'une équation trigonométrique. (4 points)**

Deux tensions sont modélisées par les fonctions sinusoïdales u_1 et u_2.

La fonction sinusoïdale u_1 est définie, pour tout t réel, par $u_1(t) = 4 \sin(2t)$.

Dans le plan rapporté au repère (Ot, Oy) la courbe représentative de la fonction sinusoïdale u_2 est la courbe $\mathscr{C}_2$ donnée à l'ANNEXE 2.

1. **a.** Donner la période de la fonction sinusoïdale u_1.

b. L'ANNEXE 2, tracer la courbe $\mathscr{C}_1$ représentative à la fonction u_1 dans le plan rapporté au repère (Ot, Oy).

2. La fonction sinusoïdale u_2 est telle que, pour tout t réel, $u_2(t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{2}\right)$ où A est un nombre réel strictement positif et T la période de u_2.

Par une lecture graphique, en utilisant la courbe $\mathscr{C}_2$, proposer des valeurs pour A et T. Justifier les réponses données.

3. On considère, sur l'intervalle $[0 ; \frac{\pi}{2}]$, l'équation (E), d'inconnue t, $u_1(t) = u_2(t)$.

A l'ANNEXE 2, en utilisant les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$, proposer, par une lecture graphique, une estimation de la solution de l'équation (E).

DOCUMENT REPONSE A RENDRE AVEC LA COPIE

ANNEXE 1

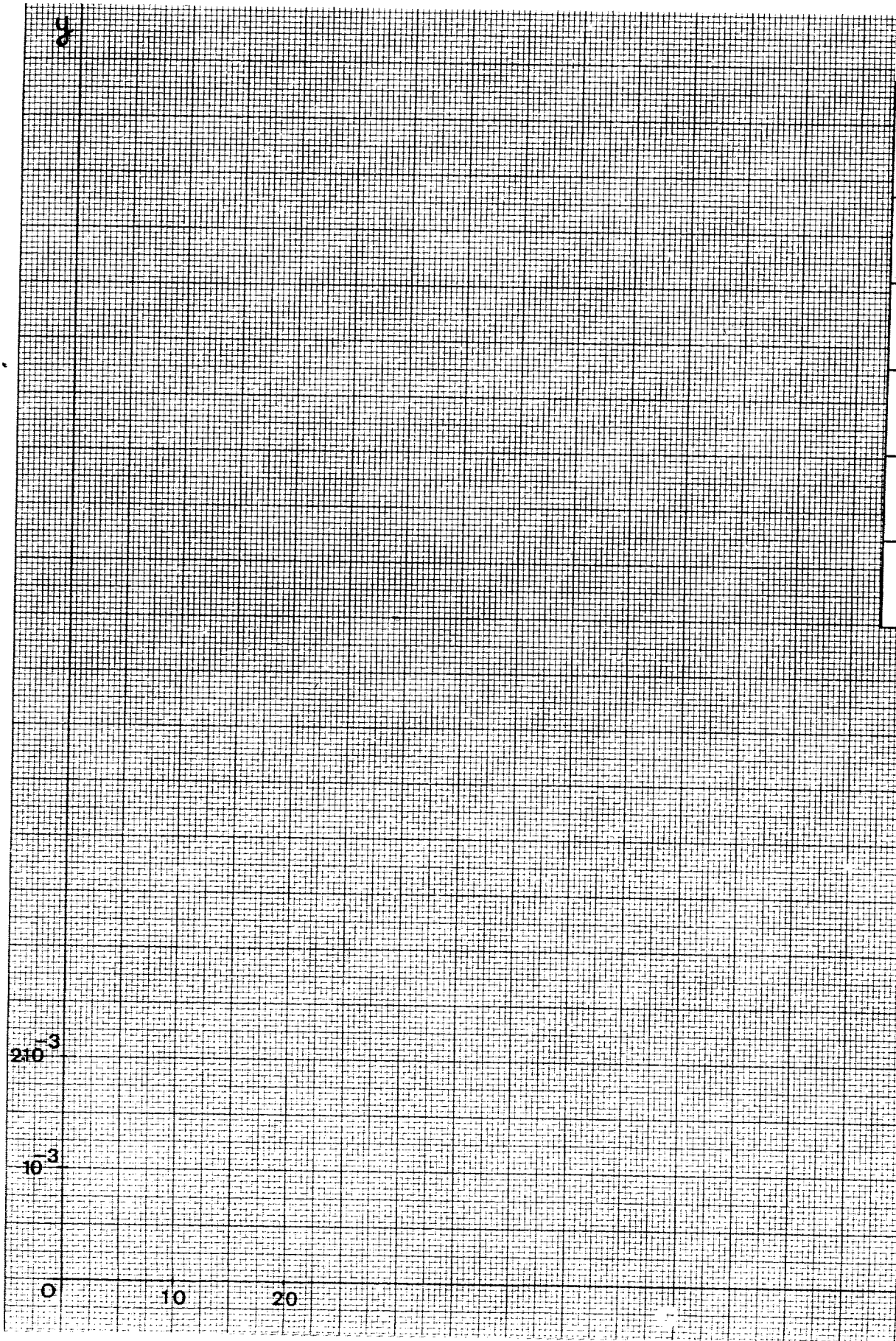
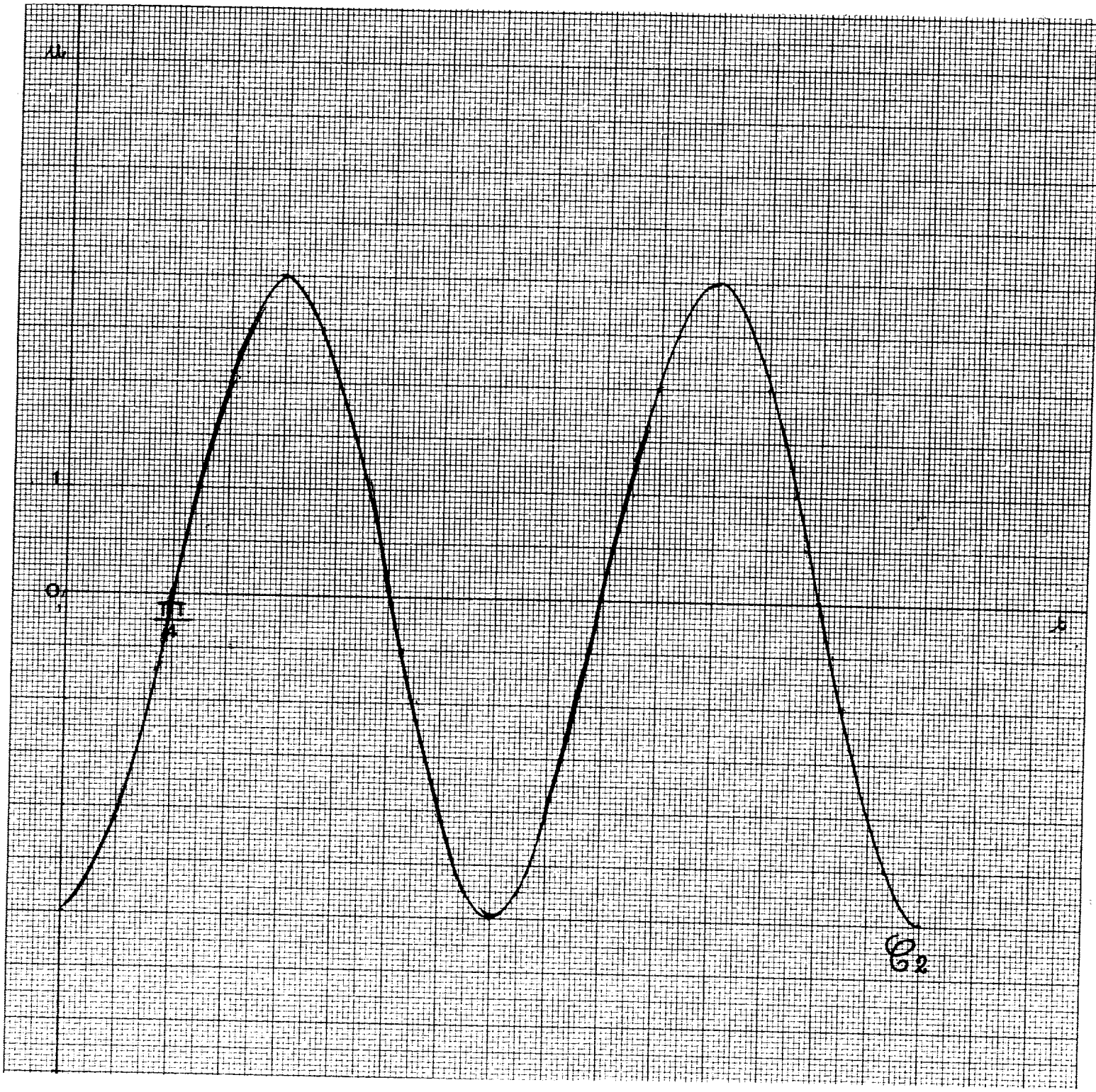


Tableau des valeurs

t	Valeur arrondie de f (t) à 10^{-4}
0	
10	
25	
50	
70	

DOCUMENT REPONSE A RENDRE AVEC LA COPIE

ANNEXE 2



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Métiers de l'électricité
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n° 11 du 15 juin 1995

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\ln x$	$1/x$
e^x	e^x
e^{ax+b}	$a\,e^{ax+b}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)\,v(x)$	$u'(x)\,v(x)+u(x)\,v'(x)$
$\frac{1}{u(x)}$	$-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)\,v(x)-u(x)\,v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\quad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equations différentielles

$y' - ay = 0$ $\quad y = k\,e^{ax}$

$y'' + \omega^2 y = 0$ $\quad y = a\cos\omega x + b\sin\omega x$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2\sin a \cos a$

Nombres complexes ($j^2 = -1$)

forme algébrique	forme trigonomètrique
$z = x + jy$	$z = \rho(\cos\theta + j\sin\theta)$
$\bar{z} = x - jy$	$\bar{z} = \rho(\cos\theta - j\sin\theta)$
$\lvert z\rvert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\rho = \lvert z\rvert$
	$\theta = \arg(z)$

Calcul vectoriel dans le plan

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \|\vec{v}\| . \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$;

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}bc\sin\hat{A}$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume : Bh.

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\quad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume : $\frac{1}{3}$ Bh.

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)dt = \int_a^b f(t)dt + \int_b^c f(t)dt$$

* $\int_a^b (f+g)(t)dt = \int_a^b f(t)dt + \int_a^b g(t)dt$

* $\int_a^b kf(t)dt = k\int_a^b f(t)dt$