BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
_M.A.V.E.L.E.C._
Session 2002

E1.B1 MATHEMATIQUES - U 12

Durée : 2 heures **_Coefficient : 2,5_**

SOMMAIRE

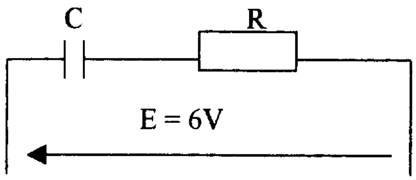
Ce sujet comporte :
- *3 pages d'énoncé*
- *1 annexe à rendre avec la copie*
- *1 formulaire*

Précisez sur la copie d'examen le numéro des questions traitées

0206-MAV ST B
(Métropole - La Réunion)

Exercice 1 (4 points)

Un condensateur de capacité C = 4 µF est branché en série avec un résistor de résistance R = 5 Ω sur une source de tension de 6V.



Un interrupteur commande l'intensité de charge du condensateur. Cette intensité *i(t)* (en ampère) varie en fonction du temps *t*, (en seconde) :

Pour tout t appartenant à l'intervalle $[0 ; 2.10^{-5}[$ $\quad i(t) = -0,8\,e^{-5.10^4 t}$

Pour tout t appartenant à l'intervalle $[2.10^{-5} ; 10^{-4}]$ $\quad i(t) = 0$.

La puissance P (en watt) dissipée par effet Joule dans le circuit est telle que $P(t) = 5\, i^2(t)$.

1) Montrer que : pour t appartenant à l'intervalle $[0 ; 2.10^{-5}[$ on a $P(t) = 3,2\,e^{-10^5 t}$

pour t appartenant à l'intervalle $[2.10^{-5} ; 10^{-4}]$ on a $P(t) = 0$.

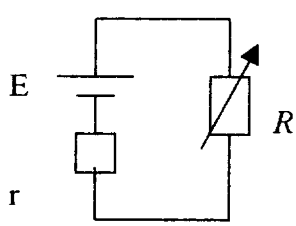
2) Calculer la puissance moyenne P_{moy} dissipée par effet Joule dans le circuit entre les instants 0 et 10^{-4} s.

On rappelle que la puissance moyenne, en watt, dissipée par effet Joule entre les instants t_1 et t_2 est :

$$\frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} P(t)\,\mathrm{d}t\,.$$

Exercice 2 (16 points)

On considère un générateur à courant continu de force électromotrice E = 25 V, de résistance interne r = 4 Ω, qui débite dans un résistor de résistance variable R.



On désigne par P la puissance, exprimée en watts, dissipée dans le résistor.

On admet que la puissance P est donnée par la relation $P = \dfrac{25R}{(R+4)^2}$.

I Etude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle [1 ; 6] par $f(x) = \dfrac{25x}{(x+4)^2}$.

1) Montrer que $f(x)$ peut s'écrire $f(x) = \dfrac{25x}{x^2+8x+16}$.

2) Montrer que $f'(x) = \dfrac{-25x^2+400}{(x^2+8x+16)^2}$ où f' est la dérivée de la fonction f.

3) Résoudre l'équation $-25x^2+400=0$ sur l'intervalle [1 ; 6].

4) En déduire le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [1 ; 6].

5) Compléter sur **l'annexe** le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [1 ; 6].

II Représentation graphique d'une fonction

On appelle C la courbe représentative, dans le repère de **l'annexe**, de la fonction f définie dans la partie I.

1) a) En quel point de la courbe C la tangente est-elle horizontale ?

b) Tracer cette tangente dans le repère de **l'annexe**.

2) Soit E le point d'abscisse 1 situé sur la courbe C.

a) Calculer $f(1)$ et placer le point E.

b) Calculer $f'(1)$.

c) Déterminer graphiquement un autre point F de la tangente en E à la courbe C, puis tracer la tangente (EF).

3) Compléter, sur **l'annexe**, le tableau de valeurs pour la fonction f. Arrondir les valeurs approchées au centième.

4) En utilisant les résultats précédents, tracer la courbe C sur **l'annexe**.

5) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 1{,}5$. Laisser apparents les traits permettant la lecture graphique.

III Exploitation pour le circuit électrique

1) Sans calculs, en justifiant les réponses par des résultats de l'étude précédente, répondre aux questions suivantes :

   a) Quelle est la valeur maximale de la puissance P ? Pour quelle valeur de R la puissance P est-elle maximale ?

   b) Existe-t-il des valeurs de R, comprises entre 1 Ω et 6 Ω, pour lesquelles P est égal à 2 W ?

   c) Pour quelles valeurs de R_1 et de R_2, où $R_1 < R_2$, la puissance P est-elle égale à 1,5 W ?

2) On veut améliorer la précision de la valeur R_1 obtenue graphiquement à la question 1 – c) ci-dessus.

   a) Montrer que l'équation $\dfrac{25x}{(x+4)^2} = 1{,}5$ se ramène à l'équation $1{,}5x^2 - 13x + 24 = 0$.

   b) En déduire la valeur de R_1 arrondie à 10^{-2} Ω.

ANNEXE (à rendre avec la copie)

Exercice II

I - 5

Tableau de variation de f

x	1 6
Signe de $f'(x)$	
Variation de f	

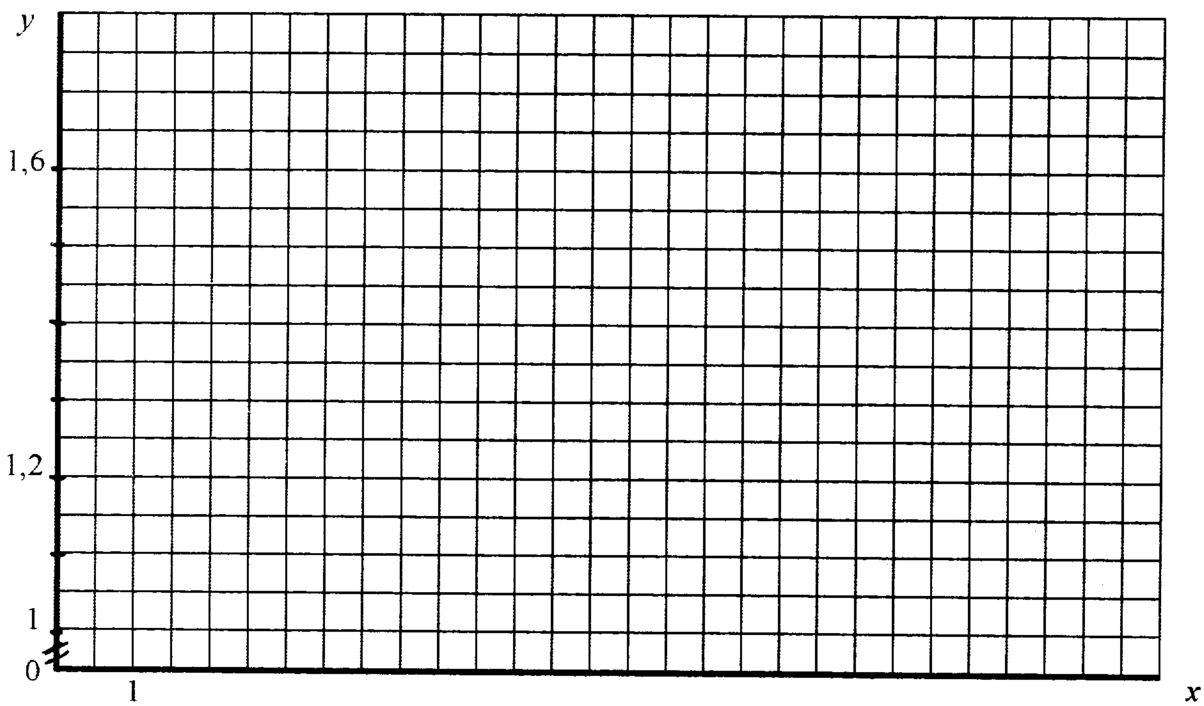
II - 3

Tableau de valeurs pour la fonction f

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$			1,53			

Représentation graphique

II –



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Métiers de l'électricité
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n° 11 du 15 juin 1995

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\ln x$	$1/x$
e^x	e^x
e^{ax+b}	$a\,e^{ax+b}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)\,v(x)$	$u'(x)\,v(x)+u(x)\,v'(x)$
$\frac{1}{u(x)}$	$-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)\,v(x)-u(x)\,v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1\frac{1-q^k}{1-q}$$

0206 MAV STB

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b \qquad \ln(a^n) = n\ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equations différentielles

$y' - ay = 0 \qquad y = k\,e^{ax}$

$y'' + \omega^2 y = 0 \qquad y = a\cos\omega x + b\sin\omega x$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a\cos b + \sin b\cos a$

$\cos(a+b) = \cos a\cos b - \sin a\sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2\sin a\cos a$

Nombres complexes ($j^2 = -1$)

forme algébrique	forme trigonométrique
$z = x + jy$	$z = \rho(\cos\theta + j\sin\theta)$
$\bar{z} = x - jy$	$\bar{z} = \rho(\cos\theta - j\sin\theta)$
$\lvert z\rvert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\rho = \lvert z\rvert$
	$\theta = \arg(z)$

Calcul vectoriel dans le plan

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \|\vec{v}\| . \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$;

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}bc\sin\hat{A}$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume : Bh.

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume : $\frac{1}{3}$ Bh.

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)dt = \int_a^b f(t)dt + \int_b^c f(t)dt$$

* $\int_a^b (f+g)(t)dt = \int_a^b f(t)dt + \int_a^b g(t)dt$

* $\int_a^b kf(t)dt = k\int_a^b f(t)dt$