BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

MAINTENANCE RÉSEAUX BUREAUTIQUE TÉLÉMATIQUE

ÉPREUVE E1

Sous-épreuve B1 : MATHÉMATIQUES

LE DOSSIER COMPORTE 5 pages numérotées de 1 à 5 :

Page 1 sur 5	:	**Page de garde.**
Pages 2-3 sur 5	:	**Texte.**
Page 4 sur 5	:	**Annexe à rendre avec la copie.**
Page 5 sur 5	:	**Formulaire.**

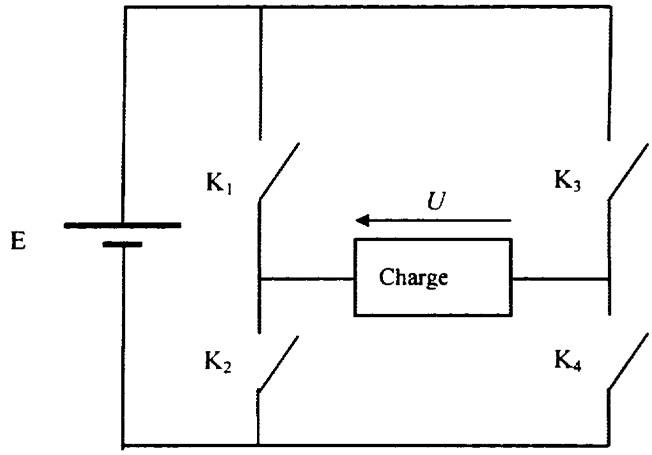
Toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique, à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante, sont autorisées.
Les échanges de machines entre candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices sont interdits (circulaire n° 99186 du 16 novembre 1999).

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Étude d'un Onduleur

Un onduleur est un dispositif qui permet de convertir une tension continue en tension alternative. Le schéma de principe d'un onduleur autonome à commande décalée est donné ci-dessous.

Les interrupteurs K_1 ; K_2 ; K_3 et K_4 sont alternativement ouverts et fermés à l'aide d'un chronogramme.



Exercice I : étude de la tension *U* délivrée par l'onduleur (10 points)

On désire que la tension U de période $T = 2\pi$ délivrée par l'onduleur ait une forme en dents de scie à front raide. Le tracé de U sur l'intervalle $[0, 2\pi]$ est donné en annexe.

1) Compléter sur l'annexe le signal dans l'intervalle $[-2\pi , 4\pi]$
2) Établir l'équation de la droite (AB).
3) On admet que la fonction U est définie sur $[0, 2\pi]$ par :

$$U(t) = 4 - \frac{2}{\pi}t$$

Le polynôme de Fourier d'ordre n associé à cette fonction est donné par :

$$P_n(t) = a_0 + b_1 \sin(t) + b_2 \sin(2t) + \dots\dots.. + b_n \sin(nt)$$

Calculer la valeur moyenne a_0 de la tension U. On rappelle que $a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T U(t)\mathrm{d}t$.

4) Dans la suite du problème on admet que $a_0 = 2$ et que pour tout entier k positif $b_k = \frac{4}{k\pi}$

Donner la valeur exacte des coefficients b_1 ; b_2 ; b_3 et b_4.

5) Écrire le polynôme de Fourier d'ordre 4 associé à U.

6) On sait qu'une valeur approchée de l'énergie moyenne transportée par ce signal sur une période est donnée (en remplaçant ce signal par son polynôme de Fourier) par la formule de Parseval :

$$E_n = a_0{}^2 + \frac{1}{2}(b_1{}^2 + b_2{}^2 + \ldots + b_n{}^2)$$

a) Calculer l'énergie moyenne E_4 transportée par le polynôme de Fourier d'ordre 4.

b) Sachant que l'énergie moyenne théoriquement transportée par le signal U est $E = \frac{16}{3}$; calculer le pourcentage d'énergie transportée par $P_4(t)$.

7) L'amplitude C_k de l'harmonique de rang k s'écrit : $C_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$. Calculer les coefficients C_1, C_2, C_3 et C_4 puis représenter le spectre des harmoniques jusqu'au rang 4 sur l'annexe.

Exercice 2 : Etude de *U* sur une période (10 points)

Un filtre passe-bas, en sortie de l'onduleur élimine les harmoniques au delà du rang 2 ; on obtient donc une tension $u(t)$, périodique de période $T = 2\pi$, définie par :

$$u(t) = 2 + \frac{4}{\pi}\sin t + \frac{2}{\pi}\sin 2t$$

1) Déterminer $u'(t)$ où u' désigne la fonction dérivée de u.

2) Après transformation cette dérivée peut s'écrire :

$$u'(t) = \frac{4}{\pi}\left(2\cos^2 t + \cos t - 1\right)$$

Pour résoudre l'équation $u'(t) = 0$ on pose $\cos t = X$.
Résoudre l'équation du second degré suivante : $2X^2 + X - 1 = 0$.

3) Résoudre sur l'intervalle $[\,0\ ;\ 2\pi\,]$ les équations :

$$\cos\ t = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \cos\ t = -1$$

4) Vérifier que les valeurs de t qui annulent la dérivée $u'(t)$ sur l'intervalle $[0\ ;\ 2\pi]$ sont :

$$\frac{\pi}{3},\ \pi,\ \frac{5\pi}{3}$$

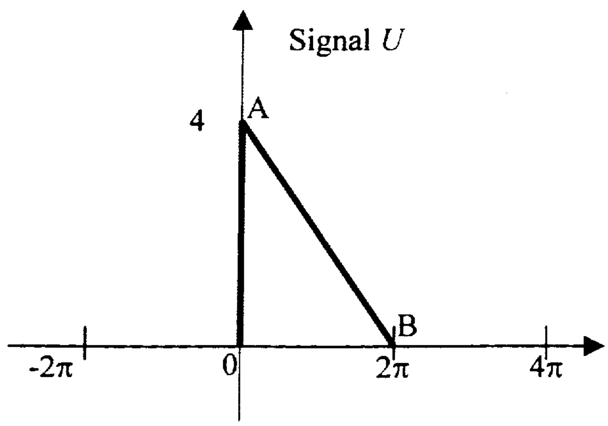
5) Compléter le tableau de variation de la fonction u, sur l'annexe.

6) Compléter le tableau de valeurs de cette fonction, sur l'annexe.

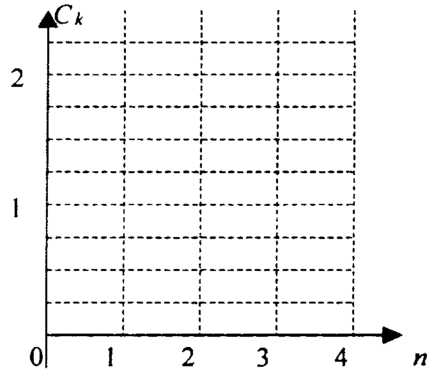
7) Tracer la représentation de la fonction u dans le repère de l'annexe.

On remarquera que le point de coordonnées $(\pi, 2)$ est centre de symétrie pour la fonction u sur l'intervalle $[0\ ;\ 2\pi]$

ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE



Représentation du signal $U(t)$



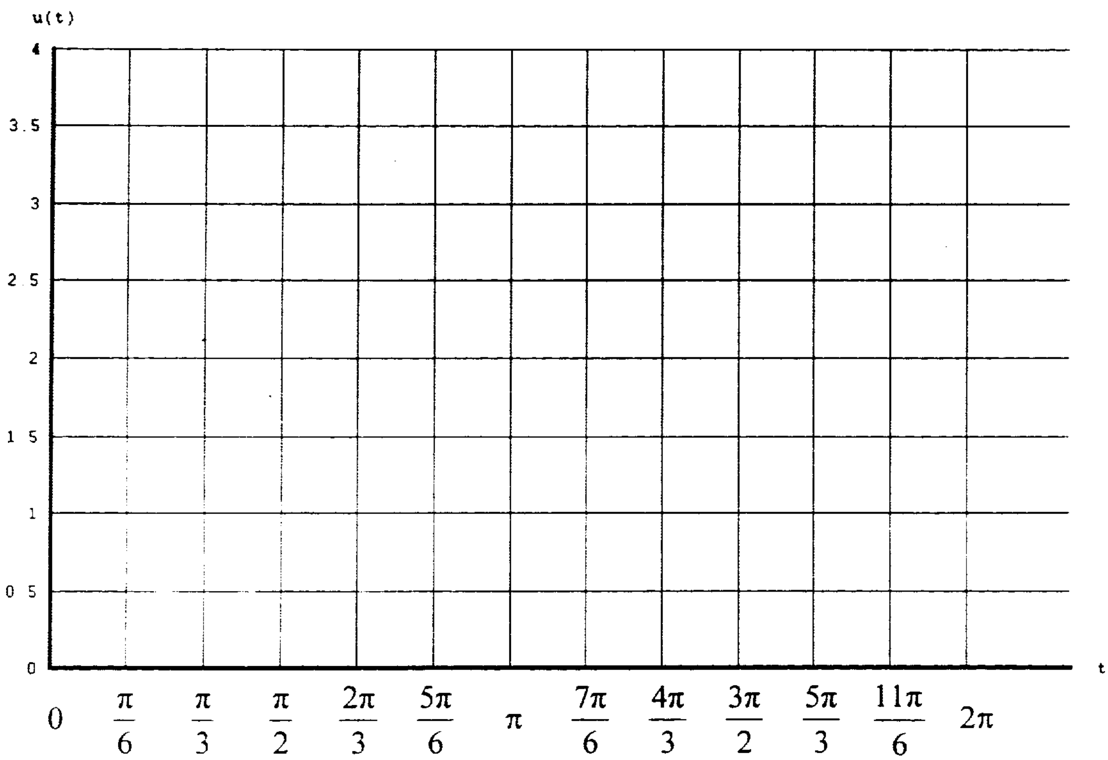
Spectre du signal

Tableau de valeurs

t	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$u(t)$	2		3,65	3,27	2,55		2

Tableau de variations

t	0	$\frac{\pi}{3}$	π	$\frac{5\pi}{3}$	2π
$u'(t)$					
$u(t)$					



Représentation du signal $u(t)$

EXAMEN :	**BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL**		**SESSION 2002**
SPÉCIALITÉ :	**Maintenance Réseaux Bureautique Télématique**	**Coefficient : 2,5**	**0206-MRB ST B**
ÉPREUVE E1	**Sous-épreuve - B1 : Mathématiques**	**Durée : 2 heures**	
	Page 4 sur 5		**SUJET**

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Métiers de l'électricité
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)v(x)$	$u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$
$\frac{1}{u(x)}$	$-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta>0$, deux solutions réelles :

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta=0$, une solution réelle double :

$x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta<0$, aucune solution réelle

Si $\Delta\geq 0$, $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n=u_1+(n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1+u_2+\cdots+u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n=u_1q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1+u_2+\cdots+u_k = u_1\frac{1-q^k}{1-q}$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab)=\ln a+\ln b$ $\qquad$ $\ln(a^n)=n\ln a$

$\ln(a/b)=\ln a-\ln b$

Equations différentielles

$y'-ay=0$

$y=ke^{ax}$

$y''+\omega^2y=0$ $\qquad$ $y=a\cos\omega x+b\sin\omega x$

Trigonométrie

$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\sin b\cos a$

$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$

$\cos 2a=2\cos^2 a-1$

$\quad\;=1-2\sin^2 a$

$\sin 2a=2\sin a\cos a$

Nombres complexes ($j^2=-1$)

forme algébrique	forme trigonométrique
$z=x+jy$	$z=\rho(\cos\theta+j\sin\theta)$
$\bar{z}=x-jy$	$z=\rho(\cos\theta-j\sin\theta)$
$\lvert z\rvert=\sqrt{x^2+y^2}$	$\rho=\lvert z\rvert$
	$\theta=\arg(z)$

Calcul vectoriel dans le plan

$\vec{v}.\vec{v}'=xx'+yy'$

$\|\vec{v}\|=\sqrt{x^2+y^2}$

Si $\vec{v}\neq\vec{0}$ et $\vec{v}'\neq\vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}'=\|\vec{v}\|\times\|\vec{v}'\|\cos(\vec{v},\vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}'=0$ si et seulement si $\vec{v}\perp\vec{v}'$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}bc\sin A$ $\qquad$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)\mathrm{d}t=\int_a^b f(t)\mathrm{d}t+\int_b^c f(t)\mathrm{d}t$$

* $\int_a^b (f+g)(t)\mathrm{d}t=\int_a^b f(t)\mathrm{d}t+\int_a^b g(t)\mathrm{d}t$
* $\int_a^b kf(t)\mathrm{d}t=k\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$