BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

ARTISANAT ET MÉTIERS D'ART
OPTION COMMUNICATION GRAPHIQUE

SESSION SEPTEMBRE 2002

E1 : ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE
SOUS-ÉPREUVE B1 - UNITÉ 12

MATHÉMATIQUES & SCIENCES PHYSIQUES

Ce sujet comporte 11 pages, dont une page de garde et une page "formulaire de mathématiques".
Les documents à rendre avec la copie seront agrafés par le surveillant sans indication d'identité du candidat.
Les exercices de mathématiques et de sciences physiques seront rédigés sur la même copie.

Barème :
Tous les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre différent, à condition de respecter la numérotation.

- **Mathématiques : 12 points**
- **Sciences physiques : 8 points.**

L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les calculatrices de poche (format maximal 21 cm × 15 cm), y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

L'échange de calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit.

SUJET D			
Repère de l'épreuve	**Durée**	**Coefficient**	**Page**
0209-AMA C ST B	2H 00	2	1 / 11

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

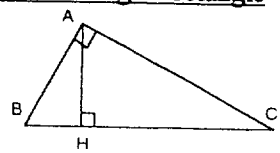
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$:

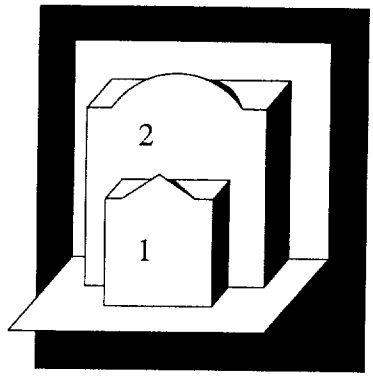
$\vec{v}.\vec{v'} = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v'}\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v'})$

$\vec{v}.\vec{v'} = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v'}$

MATHÉMATIQUES (12 POINTS)

EXERCICE N° 1 (7 points)

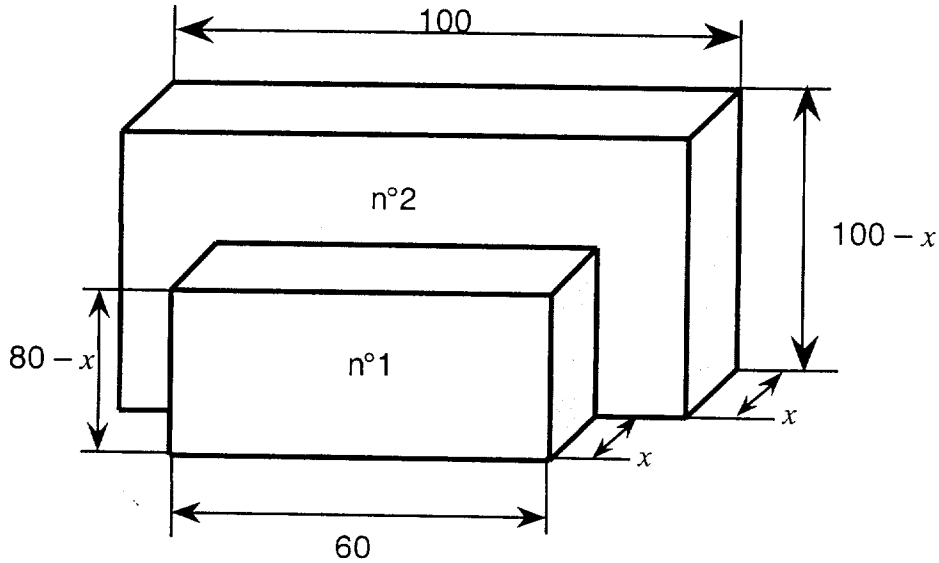
Une construction composée de deux bâtiments est réalisée en prévision d'une exposition. Elle est représentée par la figure ci-dessous :



Les métiers d'art seront accueillis dans le bâtiment 1, les métiers de communication dans le bâtiment 2.
L'architecte impose que le bâtiment 2 ait un volume de 245 000 mètres cubes (m^3).

Il fait de la construction le schéma ci-dessous, où x est une cote inconnue exprimée en mètre.
Les deux bâtiments 1 et 2 sont assimilés respectivement à deux parallélépipèdes rectangles n°1 et n°2.

Les cotes sont en mètre



Première partie.

Le parallélépipède n°1 a un volume V_1, et le parallélépipède n°2 a un volume V_2 exprimés en m^3.

a) Calculer le volume de chaque parallélépipède rectangle dans le cas particulier où $x = 30$ m.

b) Montrer, que dans le cas général, V_2 s'exprime en fonction de x par la relation :
$V_2 = 10\,000\,x - 100\,x^2$.

Deuxième partie.

Soit la fonction f définie sur l'intervalle [30 ; 70] par $f(x) = -100\,x^2 + 10\,000\,x$.

a) Calculer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.

b) Résoudre l'équation $f'(x) = 0$ sur l'intervalle [30 ; 70], puis l'inéquation $f'(x) > 0$.

c) Compléter le tableau de variation de la fonction f en **annexe 1 (à rendre avec la copie).**

d) Compléter le tableau de valeurs de la fonction f sur l'**annexe 1**.

e) Tracer la courbe C représentative de la fonction f dans le plan muni du repère de l'**annexe 1.**

f) Résoudre graphiquement sur l'intervalle [30 ; 70] l'équation $f(x) = 245\,000$.
Laisser apparent les traits permettant la lecture graphique.

g) Retrouver par le calcul les valeurs exactes des solutions x_1 et x_2 de cette équation.
Indiquer ensuite leurs valeurs arrondies au dixième.

Troisième partie :

D'après l'étude précédente, la contrainte de volume imposée par l'architecte pour le bâtiment 2 est satisfaite lorsque la cote x, en m, prend la valeur x_1 ou la valeur x_2 (valeurs arrondies obtenues à la question g).

Dans lequel de ces deux cas le volume du bâtiment 1 est-il le plus grand ?

EXERCICE N°2 : (5 points)

Pour exposer un produit dans une vitrine, un vendeur décide de disposer un présentoir (**annexe 2**) constitué par :

- un parallélépipède rectangle ABCDOFGH constituant le socle,
- un prisme droit IJKLMNPR à base trapézoïdale constituant la partie supérieure.

Le vendeur décide d'installer à l'intérieur du socle des tiges métalliques, entre les points A et G et entre les points B et H, pour le rigidifier.

Les cotes du présentoir sont :

AB = 1 m	BF = 0,8 m	BC = 0,2 m
MN = 0,6 m	RP = 0,2 m	

1/ Dans l'espace muni d'un repère orthonormal (Ox, Oy, Oz), l'unité graphique est le décimètre. Les coordonnées des points A et G sont :

A (8 ; 0 ; 0) et G (0 ; 10 ; 2)

a) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AG}$.

b) Calculer la valeur exacte de la norme $\|\overrightarrow{AG}\|$.

c) En déduire la longueur en mètre, arrondie au dixième, de la tige AG.

d) En utilisant l'annexe 2, indiquer une raison permettant de déduire la longueur BH de la longueur AG.

2/ Dans la partie supérieure, celle de section trapézoïdale, les coordonnées des points M et P sont :

M (0 ; 2 ; 2) et P (0 ; 6 ; 6)

a) Déterminer graphiquement les coordonnées du point I et celles du point B.

b) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{IP}$ et $\overrightarrow{IB}$.

c) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{IP}.\overrightarrow{IB}$.

d) On admet que $\|\overrightarrow{IP}\| \approx 9{,}8$ et $\|\overrightarrow{IB}\| \approx 8{,}2$.

Exprimer le produit scalaire $\overrightarrow{IP}.\overrightarrow{IB}$ en fonction de $\cos \widehat{PIB}$.

e) Déduire des questions c) et d) l'angle $\widehat{PIB}$. Arrondir au degré.

PHYSIQUE (8 POINTS)

EXERCICE N°3: (3,5 points)

Dans les salles d'expositions, l'éclairement moyen réglementaire est de 500 lux. Pour chaque stand, la surface moyenne à éclairer correspond à des panneaux (surfaces planes) de 2 m² d'aire.

a) Calculer le flux lumineux reçu par cette surface pour obtenir l'éclairement de 500 lux.

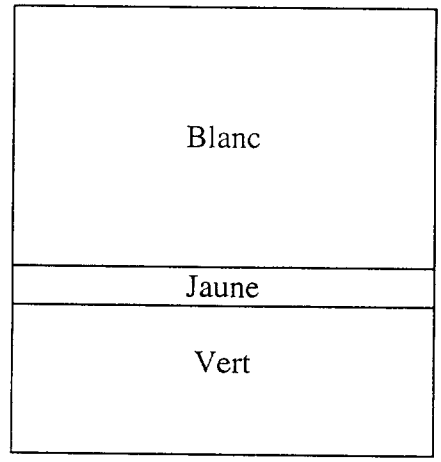
b) L'éclairage est direct. Seulement 88 % du flux arrive sur les panneaux. Calculer le flux lumineux qui doit être émis. Arrondir le résultat au lumen.

c) En admettant que le flux lumineux émis est de 1 200 lumens, calculer la puissance de la lampe si son efficacité lumineuse est de 48 lumens par watt.

d) D'après le tableau ci-dessous, indiquer la lampe qui correspond aux calculs précédents.

	Puissance en watts	Flux en lumens
Lampe à incandescence dépolie	40 60 75 100 150	410 690 850 1200 1880
Lampe fluorescente	9 13 18 25	450 650 900 1200

e) Un filtre cyan est placé devant la lampe.
Les panneaux ont été peints en vert, jaune et blanc selon le modèle ci-contre.
Déterminer quelles seront les couleurs perçues pour chaque partie du panneau.



Les réponses seront consignées dans le tableau ci-dessous, après l'avoir recopié sur sa copie.

Couleur	Blanche	Jaune	Verte
Filtre Cyan			

Formulaire :

Efficacité lumineuse : $K = \frac{\phi}{P}$ K en lm/W

ϕ en lm
P en W

Éclairement : $E = \frac{F}{S}$ E en lx

F en lm
S en m^2.

EXERCICE N°4 : (4,5 points)

Première partie :

Un objet AB, de 40 cm de hauteur, est placé devant une lentille convergente L. Le but de la première partie du problème est de déterminer la position de L.
Sur un écran placé à 1,8 m de l'objet, une image réelle et inversée, A'B', est obtenue. Sa taille est la moitié de celle de l'objet soit :

$$A'B' = \frac{1}{2} AB$$

1/ Construire sur le document en **annexe 3 (à rendre avec la copie),** le rayon lumineux permettant de déterminer la position du centre optique O, de la lentille L. Placer la lentille L sur le graphique.
En tenant compte de l'échelle, déterminer graphiquement, par la construction d'un autre rayon lumineux, la valeur approchée de la distance focale.

2/ Détermination de la distance focale.

a) On donne OA = 120 cm. x. Calculer $\overline{OA'}$ en utilisant la formule du grandissement.

b) À l'aide de la formule de conjugaison, déterminer la distance focale f de la lentille L.

3/ Calculer la vergence de cette lentille.

Deuxième partie :

L'image A'B' trouvée dans la première partie est conservée. Elle devient l'objet pour une lentille L' dans cette deuxième partie. La lentille L' utilisée porte l'indication 2,5 dioptries (δ) et se trouve à 50 cm de A'B'.

1/ Calculer la distance focale de la lentille L'.

2/ Compléter les rayons lumineux sur le deuxième graphique de l'**annexe 3**.

- en plaçant le foyer principal objet F de L' et
  le foyer principal image F' de L',
- en traçant les rayons lumineux qui permettent de construire l'image A"B" de A'B'.

3/ Déterminer graphiquement la position de l'image A"B" ainsi que sa taille.

Formule de conjugaison

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

Vergence

$$C = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

Grandissement

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

ANNEXE 1 (*À rendre avec la copie*)

EXERCICE N° 1 :

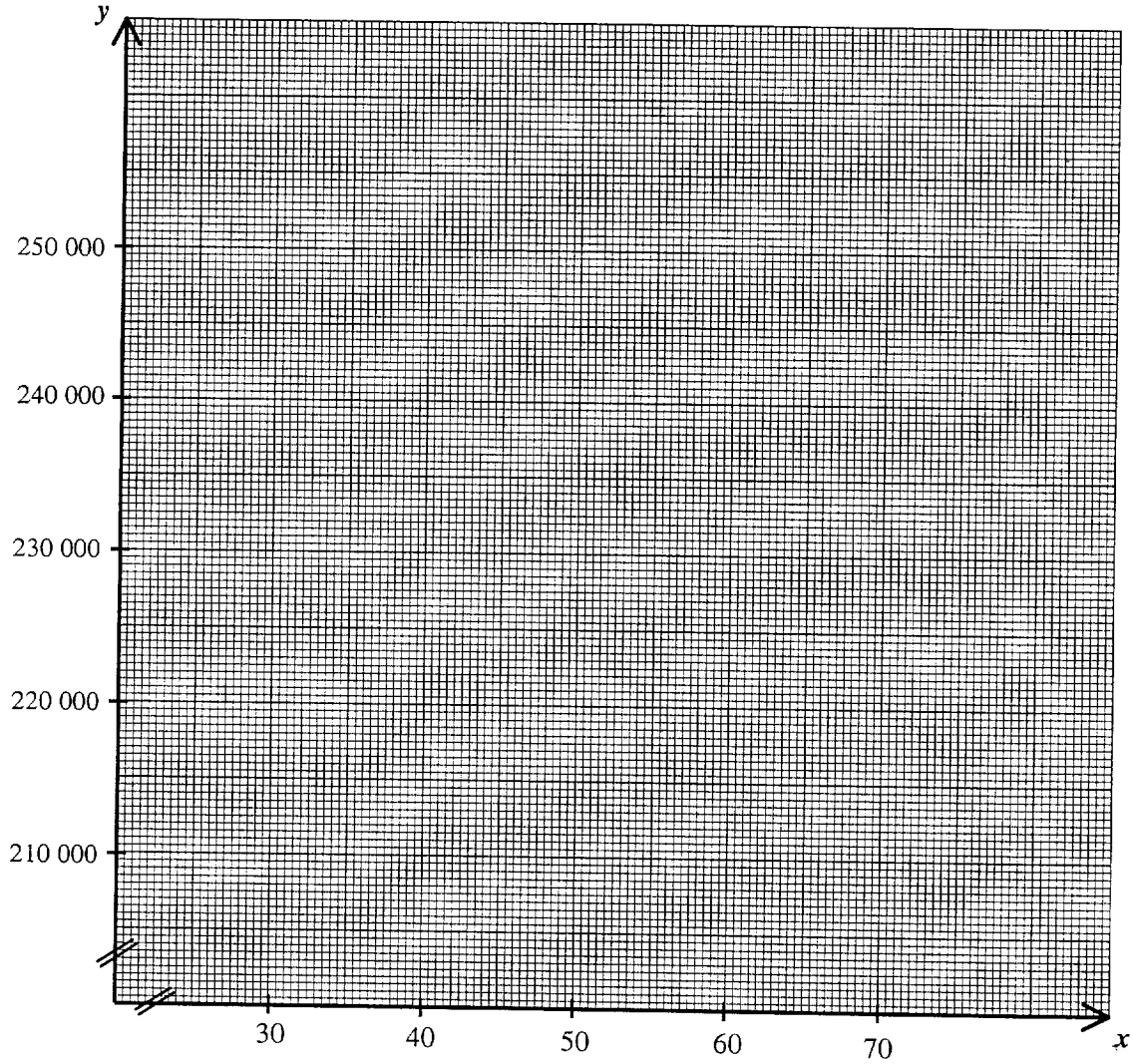
Tableau de variation de la fonction f

x	30	70
Signe de $f'(x)$		
Variations de f		

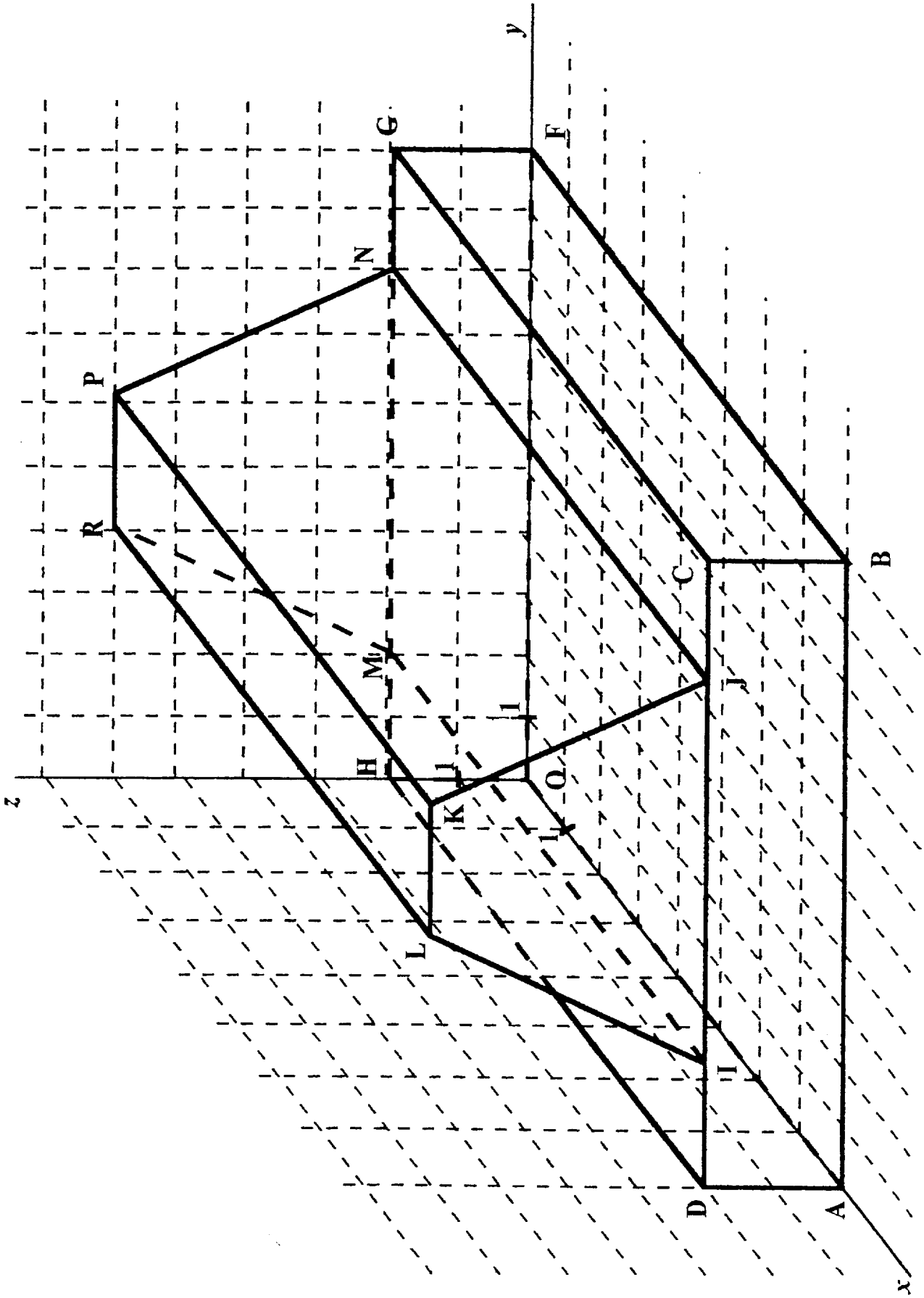
Tableau de valeurs de la fonction f

x	30	35	40	45	50	55	60	65	70
$f(x)$		227 500	240 000			247 500	240 000		210 000

Représentation graphique de la fonction f

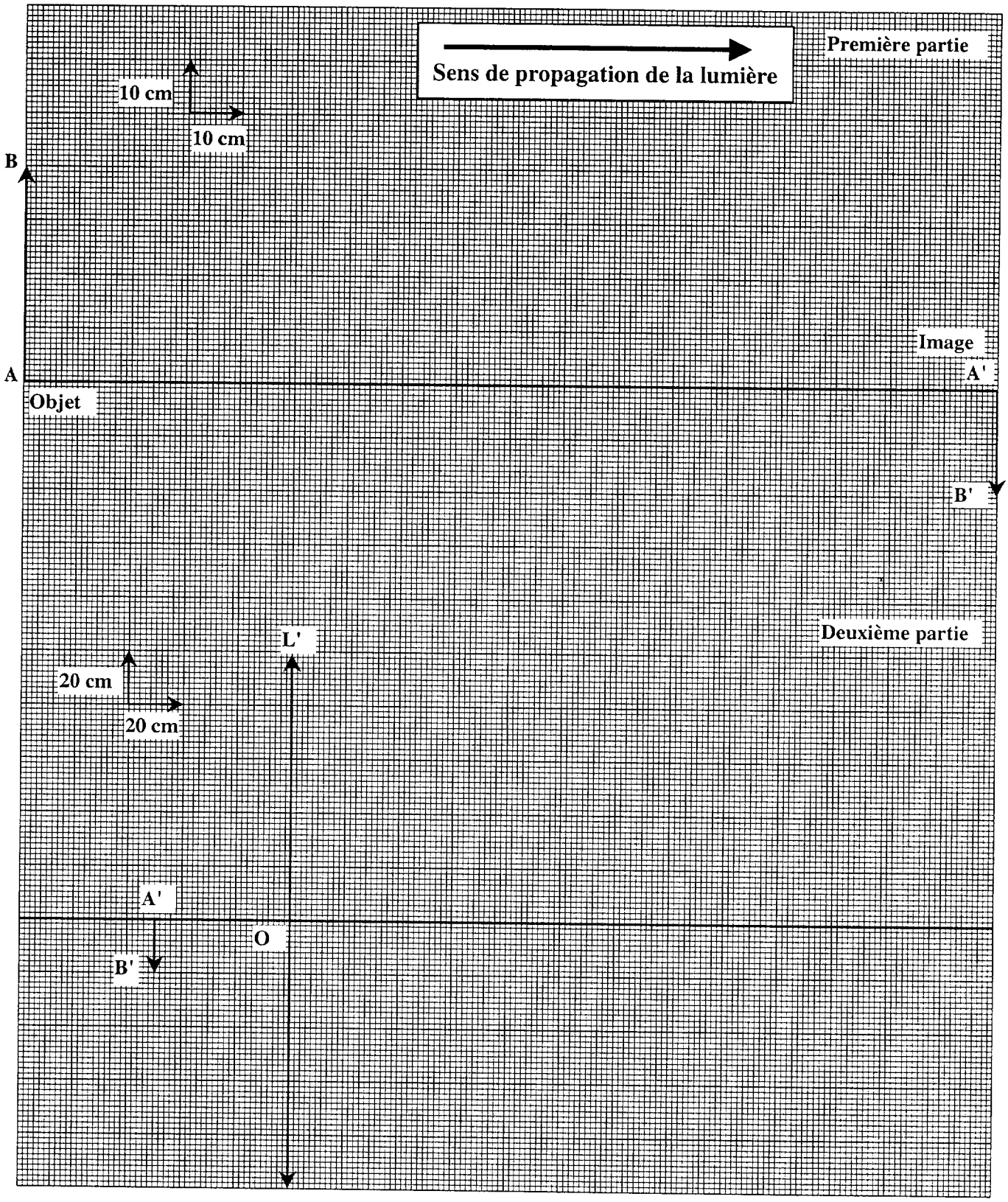


ANNEXE 2 : EXERCICE N° 2 :



SUJET D			
Repère de l'épreuve	**Durée**	**Coefficient**	**Page**
0209-AMA C ST B	2H 00	2	10 / 11

ANNEXE 3 (*À rendre avec la copie*)



SUJET D			
Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
0209-AMA C ST B	2H 00	2	11 / 11