La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies
L'usage des instruments de calcul est autorisé conformément à la circulaire 99-186 du 16 novembre 1999.

MATHÉMATIQUES (15 points)

EXERCICE 1 : (4 points)

En imprimerie, on utilise un nuancier pour prévoir le nombre de nuances possibles U_n en fonction du nombre n de couleurs de base.
Le nombre de nuances est donné par la relation :

$$U_n = 2^{n+1} - 1 \qquad (1)$$

1. Dans la pratique les publications utilisent un nuancier à 6 couleurs et les éditeurs un nuancier à 9 couleurs.
   Calculer le nombre de nuances dans les deux cas.

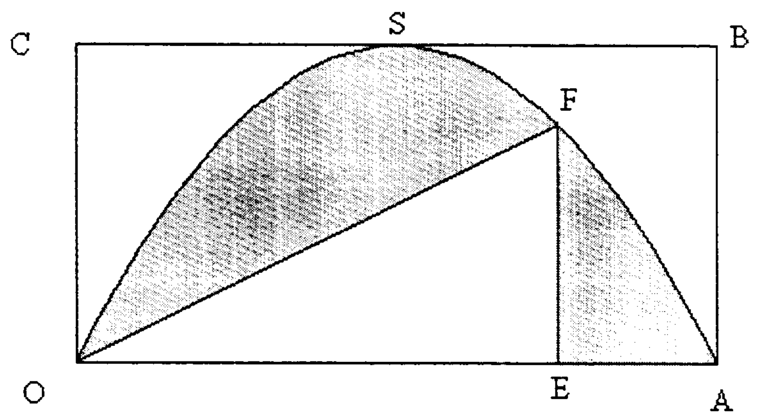
2. Théoriquement on peut obtenir jusqu'à 32767 nuances. Montrer à partir de la relation (1) que le nombre de couleurs vérifie : $2^{n+1} = 32768$.

3. En utilisant l'équation précédente, calculer le nombre de couleurs à utiliser pour obtenir 32 767 nuances.

EXERCICE 2 : (11 points)

Un client commande un document publicitaire comportant une partie sombre (figure ci-dessous).
Le but du problème est de déterminer l'aire de la partie sombre. On donne les cotes en cm :

OA = 8
OC = 4
OE = 6



Partie I : *Modélisation de l'arc* $\overset{\frown}{\text{OAS}}$.

L'arc $\overset{\frown}{\text{OAS}}$ est représenté dans le repère situé sur l'annexe. Cet arc est assimilé à un arc de parabole $\mathscr{P}$ d'équation $y = ax^2 + bx$, a et b étant deux nombres réels.

1. Déterminer les coordonnées des points S et A.

2. **a)** En écrivant que les points S et A appartiennent à l'arc de parabole $\mathscr{P}$, montrer que a et b sont solutions du système :

$$\begin{cases} 8a + b = 0 \\ 4a + b = 1 \end{cases}$$

b) Résoudre le système précédent.

3. En déduire l'expression de l'équation de l'arc de parabole $\mathscr{P}$.

Partie II : *Calculs d'aires.*

On admet que l'équation de l'arc de parabole $\mathscr{P}$ est : $y = -0{,}25x^2 + 2x$.

1. Le point F appartient à l'arc de parabole $\mathscr{P}$.
   Calculer son ordonnée sachant que son abscisse est 6.

2. Placer le point F et tracer la droite (OF) sur le graphique de l'annexe.

3. Calculer l'aire du triangle OFE.

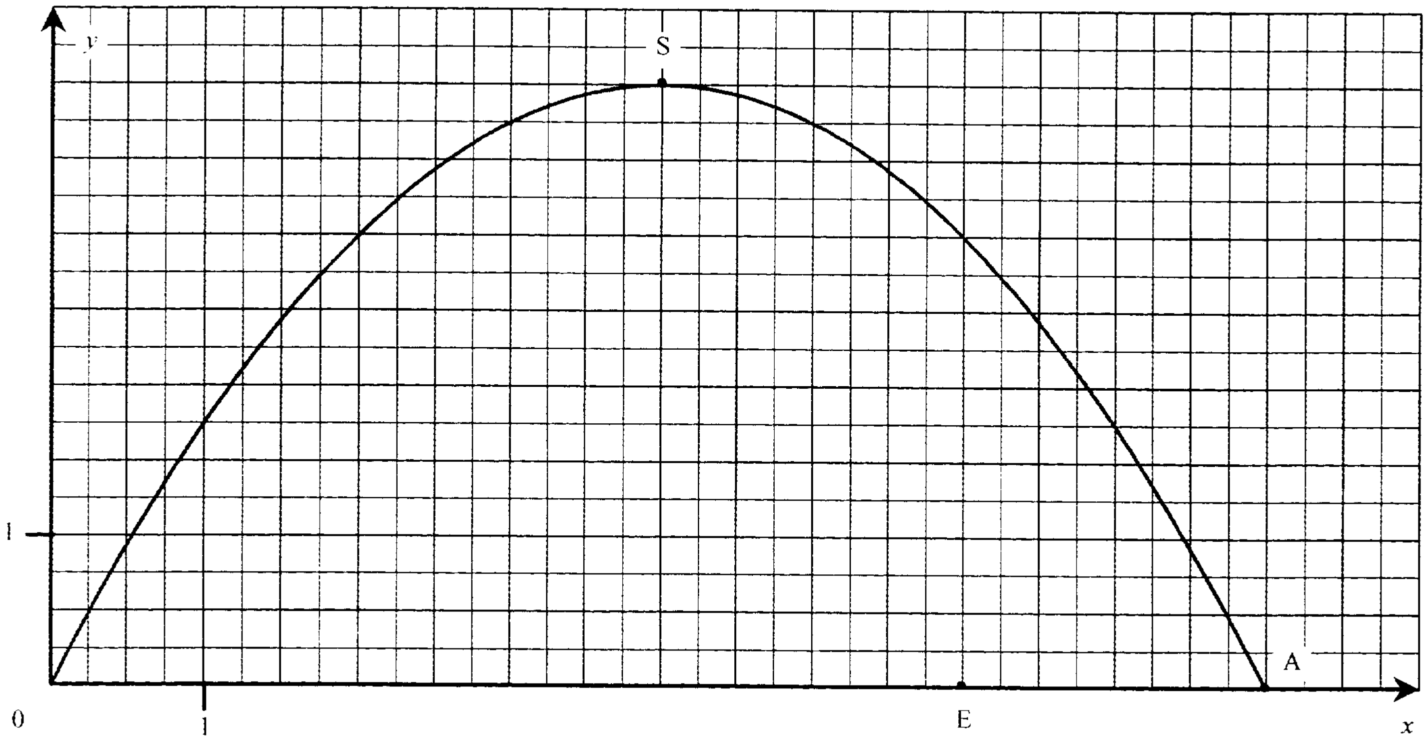
4. **a)** Calculer la valeur de l'intégrale $\int_0^8 (-0{,}25x^2 + 2x)\,dx$ (arrondie au centième).

   b) Que représente cette valeur ?

Partie III : *Aire de la partie sombre.*

Calculer l'aire de la partie sombre du document publicitaire.

ANNEXE (A RENDRE AVEC LA COPIE)



SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

EXERCICE 1 : (3 points) Obtention d'une image à l'aide d'une lentille convergente

Données :

$$\frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} \quad ; \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

On place un objet lumineux AB de hauteur 4 cm sur un banc optique à 24 cm d'une lentille convergente de distance focale OF = 16 cm.

1. a) Construire l'image A'B' de l'objet AB sur la feuille annexe de Sciences Physiques en utilisant au moins deux rayons lumineux.

   b) Estimer graphiquement la distance OA' en cm.

2. Retrouver cette distance OA' par le calcul.

3. Calculer le grandissement γ.

EXERCICE 2 : (2 points) Chimie organique

La formule générale des alcènes est C_nH_{2n}.

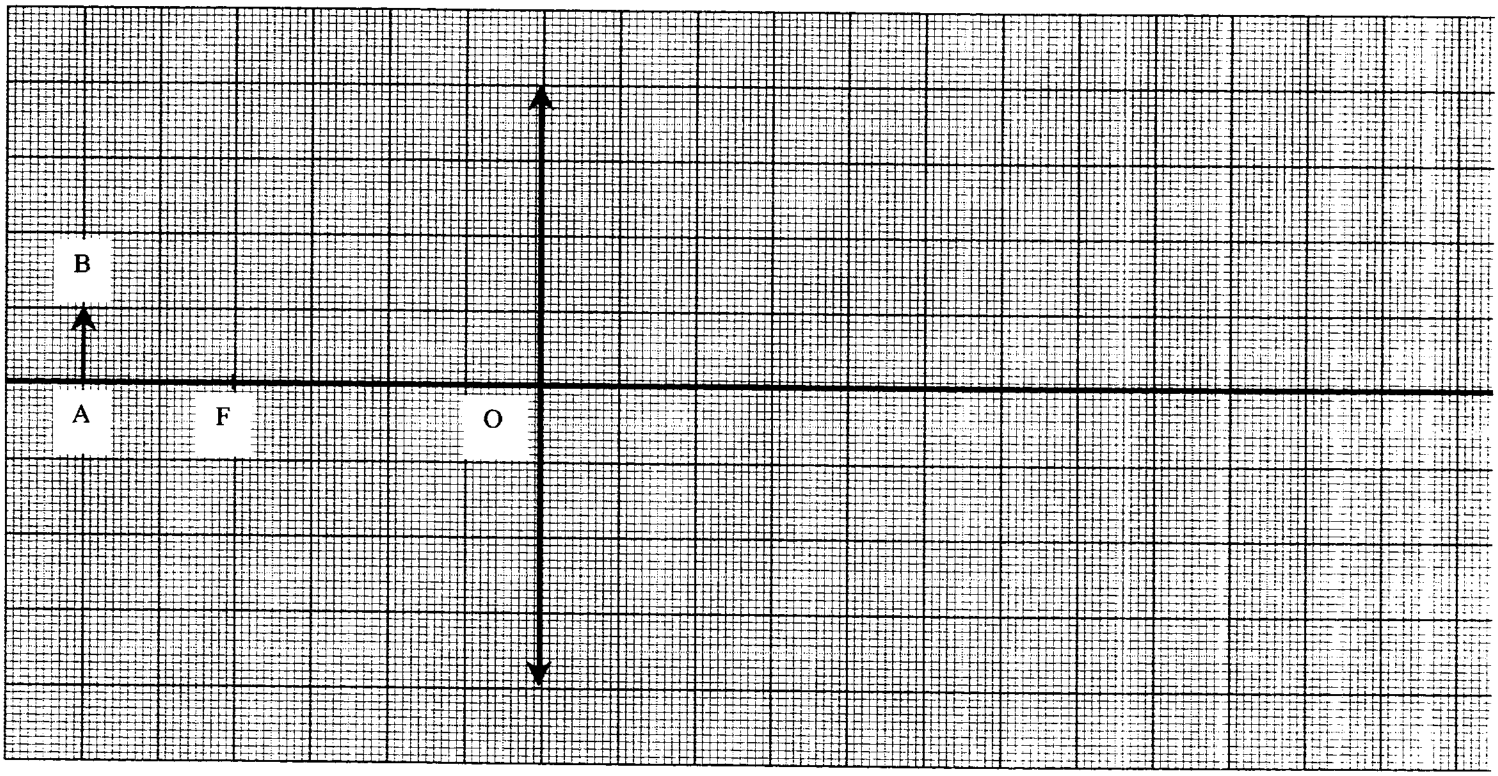
1. Sur l'annexe de Sciences Physiques les modèles moléculaires de deux isomères du butène sont représentés ; dans la case prévue à cet effet, attribuer à chaque modèle la formule semi-développée correspondante : soit CH_3-CH_2-CH=CH_2, soit CH_3-CH=CH-CH_3.

2. Le pentène est un alcène dans lequel $n = 5$.
   Ecrire la formule semi-développée des deux isomères à chaîne carbonée linéaire du pentène.

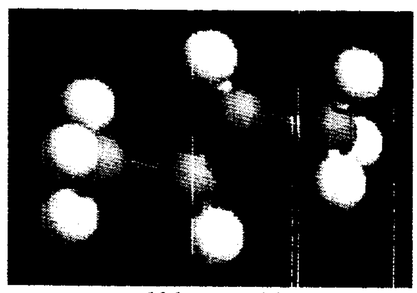
3. L'éthène est un alcène de formule semi-développée CH_2=CH_2. Ecrire l'équation-bilan de la réaction d'addition avec le dichlore.

Annexe de Sciences Physiques

Exercice 1. question 1. a)



Exercice 2 . question 1



<u>Formule semi - développée correspondant à chaque modèle moléculaire</u> :

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Chimie-Energétique
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)v(x)$	$u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$
$\frac{1}{u(x)}$	$-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta>0$, deux solutions réelles :

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta=0$, une solution réelle double :

$x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta<0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

Statistiques

Effectif total $N=\sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V=\frac{\sum_{i=1}^{p} n_i(x_i-\bar{x})^2}{N}=\frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N}-\bar{x}^2$

Ecart type $\sigma=\sqrt{V}$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n=u_1+(n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1+u_2+\cdots+u_k=\frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n=u_1q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1+u_2+\cdots+u_k=u_1\frac{1-q^k}{1-q}$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab)=\ln a+\ln b$ $\qquad \ln(a^n)=n\ln a$

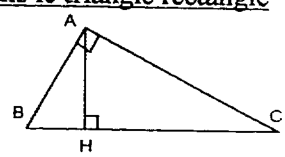
$\ln(a/b)=\ln a-\ln b$

Equations différentielles

$y'-ay=0 \qquad y=ke^{ax}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2+AC^2=BC^2$



$\sin\hat{B}=\frac{AC}{BC}$; $\cos\hat{B}=\frac{AB}{BC}$; $\tan\hat{B}=\frac{AC}{AB}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}bc\sin\hat{A}$ $\qquad$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$\int_a^c f(t)\mathrm{d}t=\int_a^b f(t)\mathrm{d}t+\int_b^c f(t)\mathrm{d}t$

* $\int_a^b (f+g)(t)\mathrm{d}t=\int_a^b f(t)\mathrm{d}t+\int_a^b g(t)\mathrm{d}t$

* $\int_a^b kf(t)\mathrm{d}t=k\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$