BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

SERVICES

SESSION 2002

ÉPREUVE EI - CI
MATHÉMATIQUES

Durée : 1 H **Coefficient : 1**

Calculatrice à fonctionnement autonome autorisé

(circulaire 99-186 du 16.11.99)

MATHÉMATIQUES

PARTIE 1 : (13 points)

Une entreprise fabrique des raquettes de tennis de table.

L'objectif de cette première partie est d'étudier sommairement **le coût de fabrication mensuel** de ces raquettes sachant que:

- Les **charges fixes** (salaires des ouvriers, amortissement des machines) s'élèvent à la somme de **20 000 €.**
- Le coût de **la matière première** (bois contreplaqué, mousse japonaise, colle,....) pour **une** raquette est de **8 €.**
- Le coût de **l'emballage et du stockage** est proportionnel **au carré** du nombre de raquettes fabriquées : il est égal à $\mathbf{0{,}001\,x^2}$ (où x représente le nombre de raquettes fabriquées).

1. Compléter le tableau n° 1 situé en annexe.

2. Dans toute la suite du problème, on supposera que **le coût total de production** de x raquettes est donné par :

$$\mathrm{C}(x) = 0{,}001\,x^2 + 8x + 20000 \text{ pour } x \text{ appartenant à l'intervalle } [1000 ; 8000].$$

a) **Le coût moyen unitaire** (d'une raquette) est obtenu en divisant le coût total par le nombre de raquettes fabriquées, soit : $\mathrm{C}_{mu}(x) = \dfrac{\mathrm{C}(x)}{x}$

Montrer que : $\mathrm{C}_{mu}(x) = \dfrac{20000}{x} + 8 + 0{,}001x$

b) Calculer le coût moyen unitaire pour une fabrication de 5000 raquettes.

3. L'entreprise, voulant optimiser cette fabrication, désire connaître **le nombre de raquettes à fabriquer** de manière que **le coût moyen unitaire** soit **minimum.**

a) Une première personne décide d'utiliser un tableau de valeurs.
Compléter le tableau n° 2 situé sur l'annexe. Les résultats seront arrondis au centime.
A partir de ce tableau, donner l'intervalle dans lequel se situe le nombre de raquettes à fabriquer pour que le coût moyen unitaire soit minimum.

b) Une seconde personne semble avoir une bien meilleure idée en déclarant:
« *Le calcul est facile! Il suffit de dériver* ! »
Calculer la dérivée C'_{mu} de la fonction C_{mu} définie sur l'intervalle [1000 ; 8000] par :

$$C_{mu}(x) = \frac{20000}{x} + 8 + 0{,}001x.$$

On admet que la fonction C_{mu} présente un minimum pour la valeur de x appartenant à l'intervalle [1000 ; 8000] qui annule la dérivée. Déterminer cette valeur et en déduire le nombre exact de raquettes à fabriquer pour que le coût moyen soit minimum.

c) Calculer ce coût moyen unitaire minimum.

PARTIE 2 : (7 points)

Au cours de la fabrication, un contrôle de l'épaisseur de 500 raquettes a donné les résultats suivants:

Epaisseur (en mm)	Nombre de raquettes
[9,90 ; 9,94[	20
[9,94 ; 9,98[	140
[9,98 ; 10,02[	200
[10,02 ; 10,06[	100
[10,06 ; 10,10[	40

1. En ramenant les valeurs de chaque classe au centre de cette classe, déterminer :

a) L'épaisseur moyenne $\bar{x}$;

b) L'écart type σ de la série statistique. Le résultat sera arrondi au centième.

2. Dans cette question, la répartition des valeurs dans chaque classe est supposée uniforme. On prendra pour $\bar{x}$ et σ les valeurs arrondies trouvées à la question précédente. Calculer le nombre de raquettes dont l'épaisseur est située dans l'intervalle $[\bar{x} - 2\sigma ; \bar{x} + 2\sigma]$.

3. La fabrication est jugée satisfaisante si 95% des raquettes ont une épaisseur dans l'intervalle $[\bar{x} - 2\sigma ; \bar{x} + 2\sigma]$. Dans le cas contraire, un réglage des machines est impératif. Quelle sera la décision de l'entreprise?

ANNEXE (à rendre avec la copie)

PARTIE 1 :

Tableau n° 1:

Nombre de raquettes fabriquées	Charges fixes (€)	Matière première (€)	Emballage et stockage (€)	COUT TOTAL (€)
1000			1000	
2000				
		80 000		
x	20 000		$0{,}001\,x^2$	

Tableau n° 2:

x	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000
$C_{mu}(x)$								

FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur Tertiaire

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle
- Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Valeur acquise par une suite d'annuités constantes

V_n : valeur acquise au moment du dernier versement

a : versement constant

t : taux par période

n : nombre de versements

$V_n = a\frac{(1+t)^n - 1}{t}$

Valeur actuelle d'une suite d'annuités constantes

V_0 : valeur actuelle une période avant le premier versement

a : versement constant

t : taux par période

n : nombre de versements

$V_0 = a\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$

Logarithme népérien : ln

(uniquement pour les sections ayant l'alinéa 3 du II)

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$