BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

ÉTUDE ET DÉFINITION DE PRODUITS INDUSTRIELS

ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE E 1

SOUS-ÉPREUVE B 1 – UNITÉ 12

MATHÉMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Ce sujet comporte 9 pages.
La page 9/9 est à rendre avec la copie d'examen.

L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les calculatrices de poche (format maximal 21 x 15 cm), y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

L'échange de calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit.

SESSION JUIN 2003	
Durée	**Coefficient**
2 heures	**2**

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

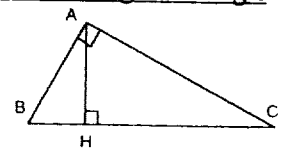
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B + b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v'} = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v'}\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v'})$

$\vec{v}.\vec{v'} = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v'}$

MATHÉMATIQUES (15 points)

EXERCICE 1 – (11 points)
Étude de l'auge de remplissage d'un tank à lait

Un tank à lait (figure 1) permet de refroidir le lait immédiatement après la traite et de le conserver à 4° C afin de préserver ses qualités. Le déversement du lait dans la cuve est réalisé par le "trou d'homme" du tank sur lequel est positionné une auge de remplissage (figure 2).

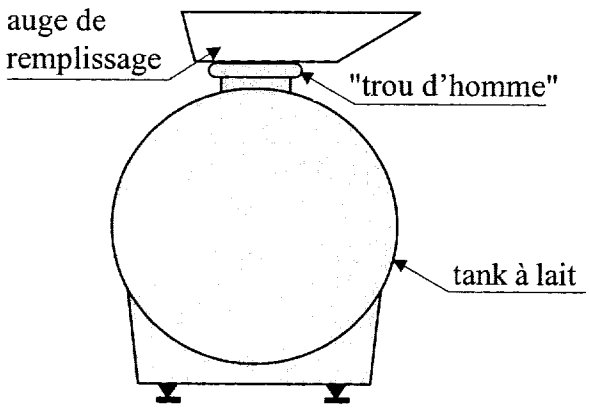


figure 1

Schéma de l'auge de remplissage

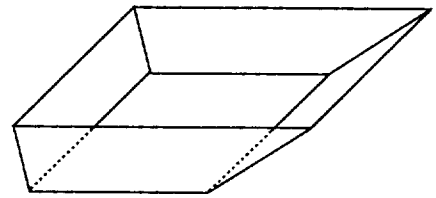


figure 2

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A – Calculs d'aires

I. Étude d'un cas particulier

L'auge de remplissage est un prisme droit dont la coupe est représentée ci-dessous (figure 3).
L'unité de longueur est le centimètre.
Les droites (DA) et (EF) sont parallèles.

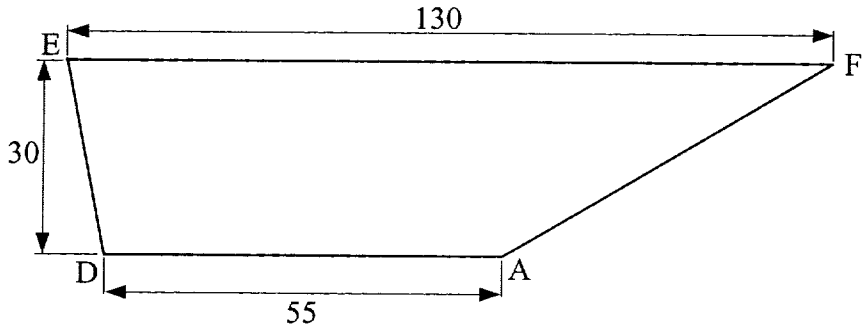


figure 3

1) Préciser la nature du quadrilatère EFAD.
2) Vérifier que l'aire A_1 de ce quadrilatère est égale à 2 775 cm^2.

3) Le profil de cette auge présente un inconvénient : la rétention du lait le long de [AD]. Pour surmonter cette difficulté, une modification du profil de l'auge est envisagée comme le montre la figure ci-dessous (figure 4).

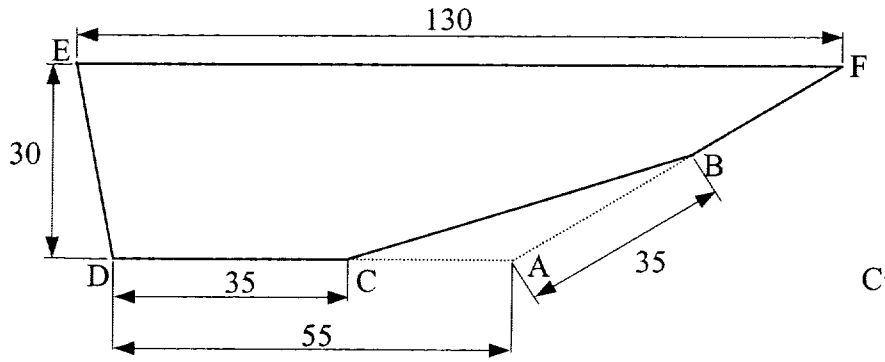


figure 4

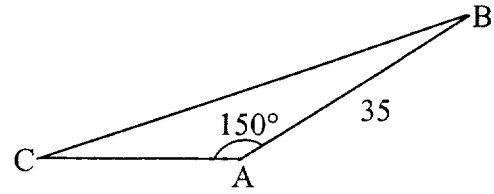


figure 5

a) Calculer la longueur AC.

b) Calculer l'aire A_2 du triangle quelconque ABC (figures 5 et 6) à l'aide de la relation $A_2 = \frac{1}{2}$ bc sin Â (voir le formulaire).

c) Calculer l'aire A_3 du profil EFBCD.

II. Étude du cas général

Afin de déterminer le profil le plus approprié pour éviter tout risque de rétention et d'éclaboussures lors du versement du lait, on réalise différents prototypes d'auge.
Soit x la valeur variable commune de AB et de CD (figure 6).
L'aire du quadrilatère EFAD reste égale à 2 775 cm^2.

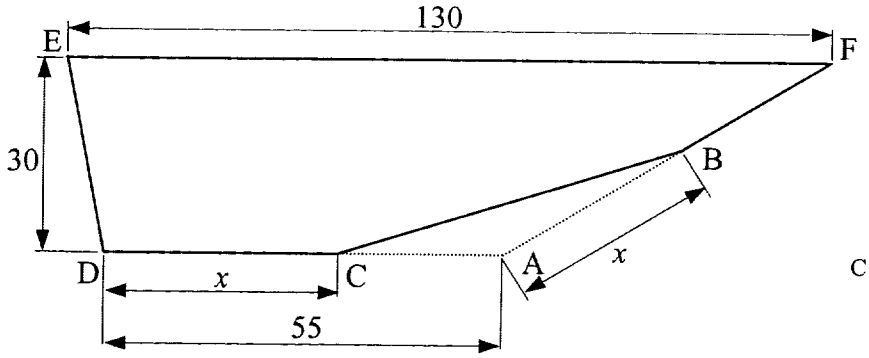


figure 6

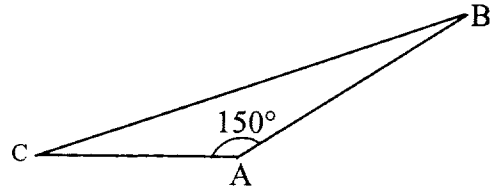


figure 7

1) Exprimer la longueur AC en fonction de x.

2) Vérifier que l'aire $A(x)$ du triangle quelconque ABC, en cm^2, est :

$$A(x) = -\ 0{,}25\,x^2 + 13{,}75\,x.$$

3) En déduire l'expression, en fonction de x, de l'aire $B(x)$ du profil EFBCD, en cm^2.

Partie B – Étude de fonction numérique

Soit f la fonction définie sur l'intervalle [20 ; 45] par : $f(x) = 0{,}25\,x^2 - 13{,}75\,x + 2\,775$.

1) Calculer la dérivée $f'(x)$ de la fonction f.
2) Déterminer la valeur de x pour laquelle $f'(x) = 0$.
3) Compléter le tableau de variation de la fonction f figurant sur **l'annexe (à rendre avec la copie)**.
4) Compléter le tableau de valeurs **exactes** prises par la fonction f figurant sur **l'annexe**.
5) Tracer la représentation graphique de la fonction f dans le plan rapporté au repère figurant sur **l'annexe**.

Partie C – Exploitation

On admet que l'aire $B(x)$ de la coupe de l'auge définie dans la **partie A**, est égale à l'expression de $f(x)$ définie dans la **partie B**.

1) Déterminer graphiquement pour quelle(s) valeur(s) commune(s) de AB et de DC, en cm, l'aire du profil de l'auge est égale à 2 620 cm^2.
   Laisser apparents les traits permettant de répondre à la question.

2) Pour faciliter le versement du lait sans risque d'éclaboussures, le profil de l'auge doit avoir une aire inférieure ou égale à 2 590 cm^2. Déterminer graphiquement dans quel intervalle doit se trouver la valeur commune de AB et de DC pour que cette condition soit réalisée.
   Laisser apparents les traits permettant de répondre à la question.

EXERCICE 2 – (4 points)

Partie A – Calcul de production

Au cours de sa première année d'exploitation, une entreprise agricole a produit 250 000 L de lait. On suppose que, pendant 8 ans, la production de lait de cette entreprise agricole augmente chaque année de 2% par rapport à celle de l'année précédente.

1) Calculer la production annuelle de lait de la deuxième année d'exploitation.

2) Calculer la production annuelle de lait de la troisième année d'exploitation.

Partie B – Suite numérique

On note u_n le terme général d'une suite géométrique de raison $q = 1{,}02$ et de premier terme $u_1 = 250\,000$.

1) Exprimer u_n en fonction de n avec les valeurs données de u_1 et q.

2) Calculer u_4, u_6 et u_8. Arrondir à l'unité.

Partie C – Exploitation

On admet que la valeur de u_n, arrondie à l'unité, représente la production annuelle de lait de la n-ième année d'exploitation.
La communauté européenne a fixé un quota annuel de 270 000 L de lait pour cette entreprise agricole.
La production annuelle de lait de la cinquième année d'exploitation dépassera-t-elle le quota ? Justifier la réponse.

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

EXERCICE 3 – Mécanique (3 points)

Le tank à lait d'une capacité de 2 000 L est assimilé à un cylindre fermé de 1 450 mm de diamètre.
La masse volumique du lait est $\rho = 1\ 030\ kg/m^3$.
L'intensité de la pesanteur est $g = 9{,}8\ N/kg$.

1) La cuve est remplie de lait sur une hauteur de 1 200 mm.

   a) Calculer en pascals, la différence de pression entre deux points situés, l'un au niveau de la surface libre du lait (point A) et l'autre au niveau du fond de la cuve (point B).

   b) La pression à la surface libre du lait est $p_A = 95\ 000$ Pa. En déduire la pression p_B au fond de la cuve.

2) La vidange de la cuve s'effectue par une vanne papillon de section $3 \times 10^{-3}\ m^2$ située au même niveau que le point B.

   a) Indiquer la pression au niveau de la vanne. Justifier la réponse.
   b) Calculer la valeur de la force pressante exercée sur la vanne. Arrondir le résultat à l'unité.
   c) Le constructeur indique que la vanne papillon résiste à une force pressante de valeur 400 N. Cette vanne est-elle adaptée ? Justifier la réponse.

Indication :

$$p_B - p_A = \rho g\,(h_B - h_A)$$

EXERCICE 4 – Électricité (2 points)

Le tank à lait dispose d'un lavage automatique intégré. Des diffuseurs rotatifs en ERTACETAL permettent le nettoyage de la cuve lorsqu'il n'y a plus de lait dans celle-ci.

La pompe garantissant l'action mécanique indispensable à l'efficacité du lavage est entraînée par un moteur asynchrone triphasé, couplé en étoile fonctionnant sous 400 V – 50 Hz.

La plaque signalétique du moteur asynchrone triphasé indique les caractéristiques suivantes :

puissance utile : 2,2 Kw.
rendement : 0,82.
facteur de puissance : 0,84.
fréquence de rotation du moteur : 1 455 tr/min.

1) La fréquence de synchronisme n_s est égale à 1500 tr/min.

   Calculer le nombre de paires de pôles du moteur. Ce moteur est-il bipolaire (deux pôles) ou tétrapolaire (quatre pôles) ?

2) Calculer la puissance absorbée par le moteur. Arrondir à l'unité.

3) Calculer l'intensité dans un fil de ligne. Arrondir au dixième.

Indications :

$\eta = \frac{P_u}{P_a}$ $\quad P = UI\sqrt{3}\cos\varphi$ $\quad n_s = \frac{f}{p}$

N° DU CANDIDAT :____

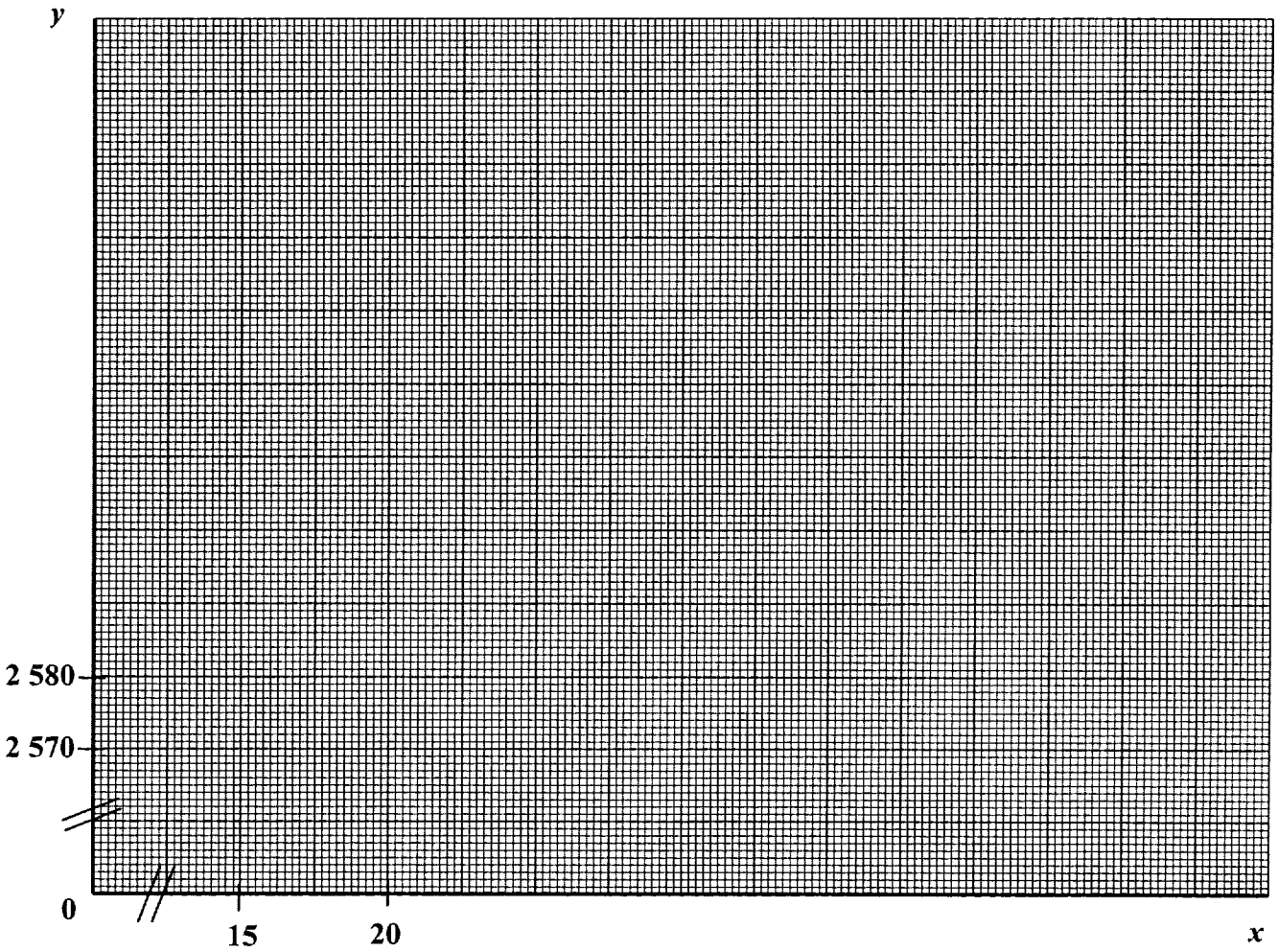
ANNEXE (à rendre avec la copie)

EXERCICE 1 – Partie B

3) Tableau de variation de la fonction f.

x	20 45
signe de $f'(x)$	0
variation de f	

4) Tableau de valeurs **exactes** prises par la fonction f.

x	20	25	27,5	30	35	40	45
$f(x)$	2600		2585,9	2587,5			2 662,5

5) Représentation graphique de la fonction f.