BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
INDUSTRIES DE PROCEDES
Session 2003

E1.B1 MATHEMATIQUES et SCIENCES PHYSIQUES - U 12

Durée : 2 heures **_Coefficient : 1,5_**

SOMMAIRE

Ce sujet comporte : - une partie Sciences Physiques (1 page d'énoncé)
- une partie Mathématiques (2 pages d'énoncé + 1 annexe)
- 1 formulaire

Précisez sur la copie d'examen le numéro des questions traitées

0306-IP ST B

SCIENCES PHYSIQUES

Exercice 1 (4 points)

On dissout 0,1 mole de gaz ammoniac (NH_3) dans un litre d'eau.

1. Ecrire l'équation de dissociation de l'ammoniac dans l'eau.
2. Nommer les différentes espèces chimiques présentes dans la solution.
3. Le pK_A du couple NH_4^+/NH_3 à 25°C est égal à 9,25.Etablir le domaine de prédominance des espèces NH_4^+ et NH_3 en fonction du pH.
4. Le pH de la solution est donné par la relation :

$$pH = 7 + \frac{1}{2}\log([NH_3]) + \frac{1}{2}pK_A$$

Calculer le pH de la solution. Arrondir le résultat au dixième.

5. On considère une solution basique de concentration c = 0,1 mol./L .

   5.a. Calculer le pH de cette solution si cette solution est une monobase forte.

   5.b. Le pH d'une solution d'ammoniaque de même concentration est égal à 11,1. En déduire si cette solution est une base forte ou une base faible. Justifier votre réponse.

Donnée :

Produit ionique de l'eau $K_e = 10^{-14}$

Exercice 2 (3 points)

Le polonium $^{210}_{84}Po$ est radioactif α. Sa période radioactive est de 138,4 jours. Le jour de sa préparation un échantillon de $^{210}_{84}Po$ a une activité de $1,16.10^4$ Bq.

1. Recopier et équilibrer sur votre copie l'équation de désintégration α ci-dessous. Après avoir calculé A et Z, identifier le composé X obtenu parmi les suivants : $_{86}Rn$, $_{84}Po$, $_{83}Bi$, $_{82}Pb$.

$$^{210}_{84}Po \rightarrow \; ^{A}_{Z}X + \; ^{4}_{2}He + \; ^{0}_{0}\gamma \;.$$

2. Indiquer au bout de combien de temps l'activité de l'échantillon est égale à la moitie de l'activité initiale.
3. Calculer la constante radioactive λ du polonium 210 arrondie au millième.
4. En déduire l'expression de l'activité A en fonction de t.
5. Calculer l'activité radioactive de l'échantillon au bout de 276,8 jours(soit $2.T$). Arrondir le résultat à l'unité.

Données

- $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$
- $A = A_o \exp(-\lambda\, t)$

MATHEMATIQUES

EXERCICE I - (9 Points).

L'objectif de l'exercice est d'étudier la variation de la pression de l'atmosphère terrestre en fonction de l'altitude.

Dans une première hypothèse simplificatrice, on considère que la concentration de l'air ne dépend pas de l'altitude.
La pression atmosphérique est alors donnée, en fonction de l'altitude z, par :

$$P_1(z) = \mathrm{P}_0\,(1 + a\,z)$$

Dans une deuxième hypothèse, on considère que la concentration de l'air dépend de l'altitude.
La pression atmosphérique est alors donnée, en fonction de l'altitude z, par :

$$P_2(z) = \mathrm{P}_0\,\mathrm{e}^{a z}$$

où :
$P_1(z)$ et $P_2(z)$ sont en pascal,
z est en mètre,
P_0 est la pression atmosphérique au sol : $\mathrm{P}_0 = 100\,000$ Pa,
$a = -\,0{,}000\,12$ SI

I - CALCULS PRELIMINAIRES

1. Calculer la pression $P_1(2\,000)$ à 2 000 m d'altitude, en utilisant la loi de variation de la première hypothèse.

2. Calculer la pression $P_2(2\,000)$ à 2 000 m d'altitude, en utilisant la loi de variation de la seconde hypothèse. Arrondir le résultat à la centaine.

3. Calculer la différence de pression $P_2(2\,000) - P_1(2\,000)$.

4. En déduire l'écart relatif $\dfrac{P_2(2000) - P_1(2000)}{P_2(2000)}$, l'exprimer en pourcentage.

5. En remplaçant a et P_0 par leurs valeurs numériques, exprimer $P_1(z)$ et $P_2(z)$ en fonction de z.

II - ETUDE DE FONCTIONS

1. Soit la fonction g définie sur l'intervalle $[0\,;\,8000]$ par $g(x) = -\,12\,x + 100\,000$.

   a. Dans le repère de **l'annexe I**, tracer la représentation graphique de la fonction g.
   b. Indiquer graphiquement la valeur de x pour laquelle $g(x) = 50\,000$. Laisser apparents les traits permettant la lecture graphique.

2. Soit la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 8000] par $f(x) = 100\ 000\ \mathrm{e}^{-0.00012x}$

a. Déterminer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.

b. Donner le signe de $f'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle [0 ; 8000].

c. Compléter le tableau de variation de la fonction f sur **l'annexe I** (à rendre avec la copie).

d. Compléter le tableau de valeurs sur **l'annexe I.** (Arrondir les résultats au millier).

e. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le repère de **l'annexe I**.

f. Indiquer graphiquement la valeur de x pour laquelle $f(x) = 50\ 000$. Laisser apparents les traits permettant la lecture graphique.

g. Calculer $f'(0)$. Donner la signification graphique du résultat.

III - EXPLOITATION

Dans cette partie x représente l'altitude z, $g(x)$ représente la pression $P_1(z)$ et $f(x)$ représente la pression $P_2(z)$.

1. Sans calculs supplémentaires, déduire de l'étude précédente l'altitude z_1, correspondant à la première hypothèse, pour laquelle la pression a diminué de moitié et est égale à 50 000 Pa.

2. Sans calculs supplémentaires, déduire de l'étude précédente l'altitude z_2, correspondant à la deuxième hypothèse, pour laquelle la pression a diminué de moitié et est égale à 50 000 Pa.

3. Déterminer graphiquement l'altitude z pour laquelle la différence de pression entre les deux hypothèses est égale à 10 000 pascals, c'est à dire 10% de la pression au sol.

EXERCICE 2 - (4 Points)

On veut utiliser comme thermomètre un thermocouple constitué par des soudures platine et platine iridié. La force électromotrice E, en volt, du thermocouple et la température θ, en °C, sont liées par la relation

$E = a + b\theta$ où a et b sont des constantes à déterminer.

Pour étalonner le thermocouple on dispose des données suivantes :
pour $\theta = 630$ °C, on a $E = 6{,}1$ V et pour $\theta = 950$ °C, on a $E = 14{,}9$ V .

1. Ecrire le système d'équations permettant de calculer les valeurs de a et b.

2. Résoudre ce système. Donner les valeurs exactes de a et b.

3. On place la soudure dans un four dont on veut déterminer la température. On mesure $E = 10{,}775$ V. Calculer la température de ce four.

ANNEXE I

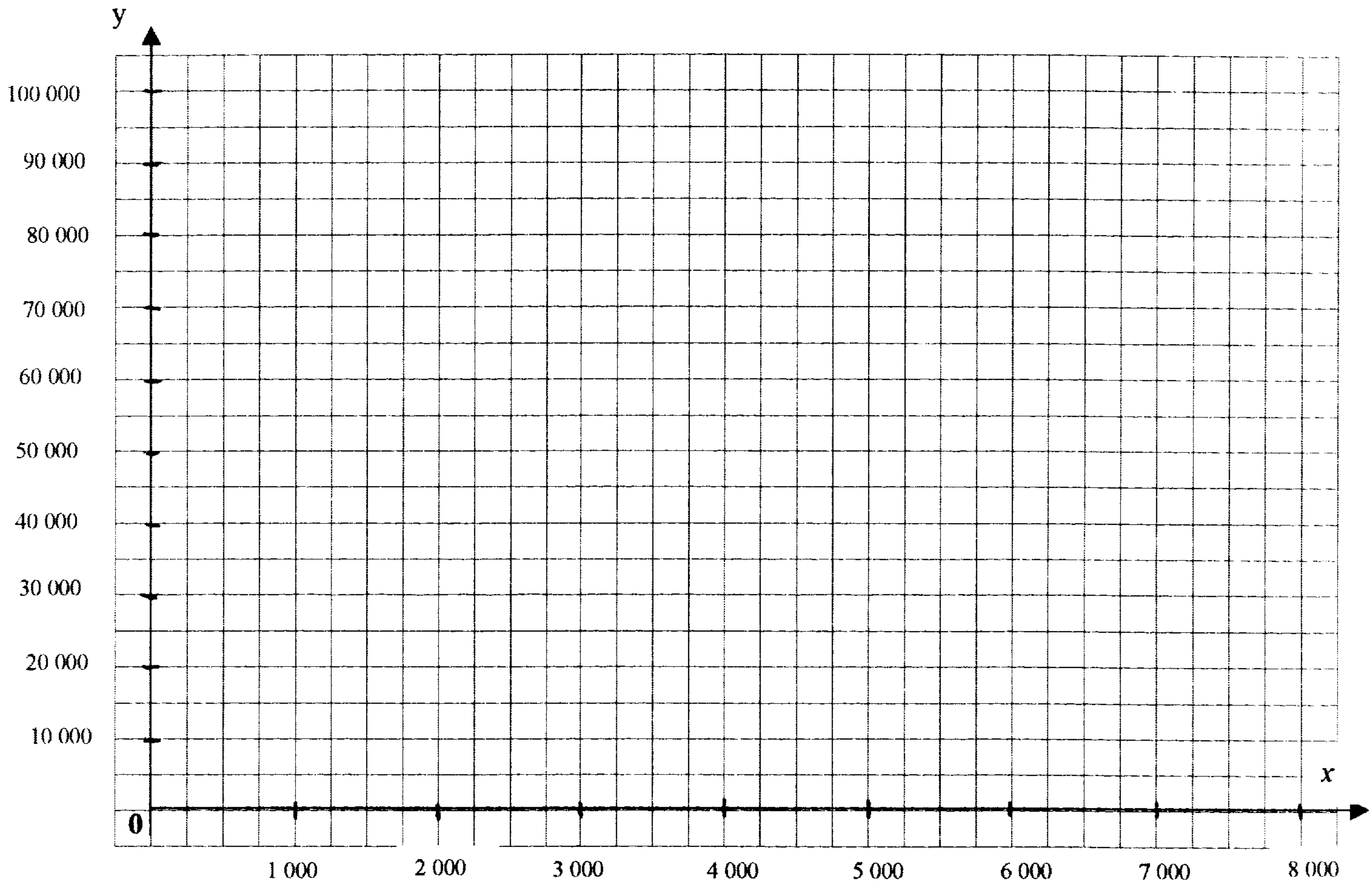
Tableau de variation

x	0 8 000
Signe de $f'(x)$	
Variation de f	

Tableau de valeurs

x	0	1 000	2 000	3 000	4 000	5 000	6 000	7 000	8 000
$f(x)$	100 000			70 000				43 000	

Représentation graphique



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Chimie – Energétique
(Arrêté du 9 mai 1995 – BO special n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\ln x$	$1/x$
e^x	e^x
e^{ax+b}	$a\,e^{ax+b}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)v(x)$	$u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$
$\frac{1}{u(x)}$	$-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i-\bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad$ $\ln(a^n) = n \ln a$

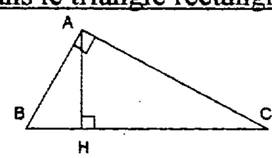
$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equations différentielles

$y' - ay = 0 \qquad y = k\,e^{ax}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$ $\quad$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)\,dt = \int_a^b f(t)\,dt + \int_b^c f(t)\,dt$$

* $\int_a^b (f+g)(t)\,dt = \int_a^b f(t)\,dt + \int_a^b g(t)\,dt$

* $\int_a^b kf(t)\,dt = k\int_a^b f(t)\,dt$