BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

BIO-INDUSTRIES DE TRANSFORMATION

ÉPREUVE de MATHÉMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Ce sujet comporte 7 pages.
La page 3 est à rendre avec votre copie d'examen.

L'usage des instruments de calcul est autorisé conformément à la circulaire 99-186 du 16 novembre 1999

SUJET

BACCALAUREAT PROFESSIONNEL BIO INDUSTRIES DE TRANSFORMATION	**E1 - SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE**
Session : **2003**	Sous épreuve : B1 Mathématiques et Sciences physiques – U12 Coef : 1,5 Durée : 2 h 00
Repère : 0306-BIOSTB	page 1/7

MATHÉMATIQUES

EXERCICE 1 : (5 points)

Au bout de la première semaine de fonctionnement, la production d'une chaîne de fabrication de bouteilles de jus de pomme est de 200 000 unités.
Par la suite, on envisage d'augmenter cette production de 3 % par semaine.

On note
- U_1 la production, en unités, à la fin de la première semaine, (U_1 =200 000),
- U_2 la production, en unités, à la fin de la 2e semaine,
- ...
- U_n la production, en unités, à la fin de la n-ième semaine.

1. Calculer U_2 et U_3.

2. Quelle est la nature de la suite de terme général U_n ? Préciser la raison de cette suite.

3. **a)** Exprimer U_n en fonction de n.

b) En déduire la production au bout de la 12e semaine. Le résultat sera arrondi à l'unité.

4. L'équation $300\,000 = 200\,000 \times 1{,}03^{n-1}$ permet de déterminer le nombre n de semaines nécessaires à la fabrication de 300 000 bouteilles.
Résoudre cette équation en faisant figurer les différentes étapes du calcul et arrondir le résultat à l'unité.

EXERCICE 2 : (8 points)

On traite thermiquement de la compote de pommes à l'aide d'un autoclave. La température θ du produit (en degré Celsius) est donnée en fonction du temps t de chauffage (en min) par :

$$\theta = -0{,}01\,t^2 + 2t + 16$$

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 150] par $f(t) = -0{,}01\,t^2 + 2t + 16$.

1. Quelle est la température du produit au bout de 30 minutes ?

2. **a)** Calculer $f'(t)$ où f' désigne la dérivée de la fonction f.

b) Étudier le signe de $f'(t)$ pour t appartenant à l'intervalle [0 ; 150].

3. Établir le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 150].

4. **a)** Compléter le tableau de valeurs situé sur l'annexe 1 **à remettre avec la copie**.

b) Tracer la représentation graphique de la fonction f dans le repère de l'annexe 1.

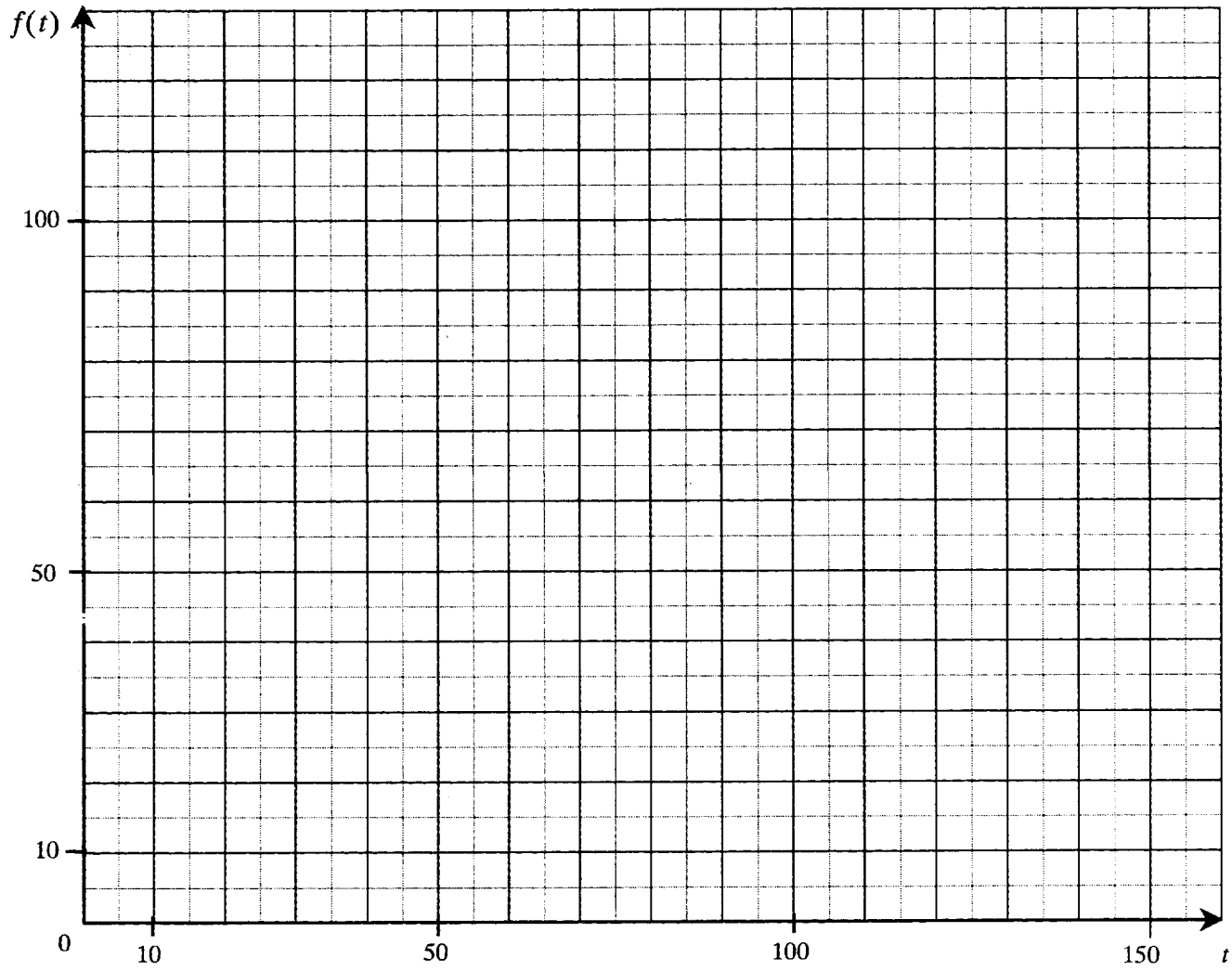
c) Que représente le point de coordonnées (100 ; 116) ?

5. On souhaite arrêter la stérilisation dès que la température atteint 110 °C.
A l'aide de la représentation graphique précédente, déterminer le temps nécessaire pour atteindre cette température. Les traits nécessaires à la lecture devront apparaître sur le schéma.

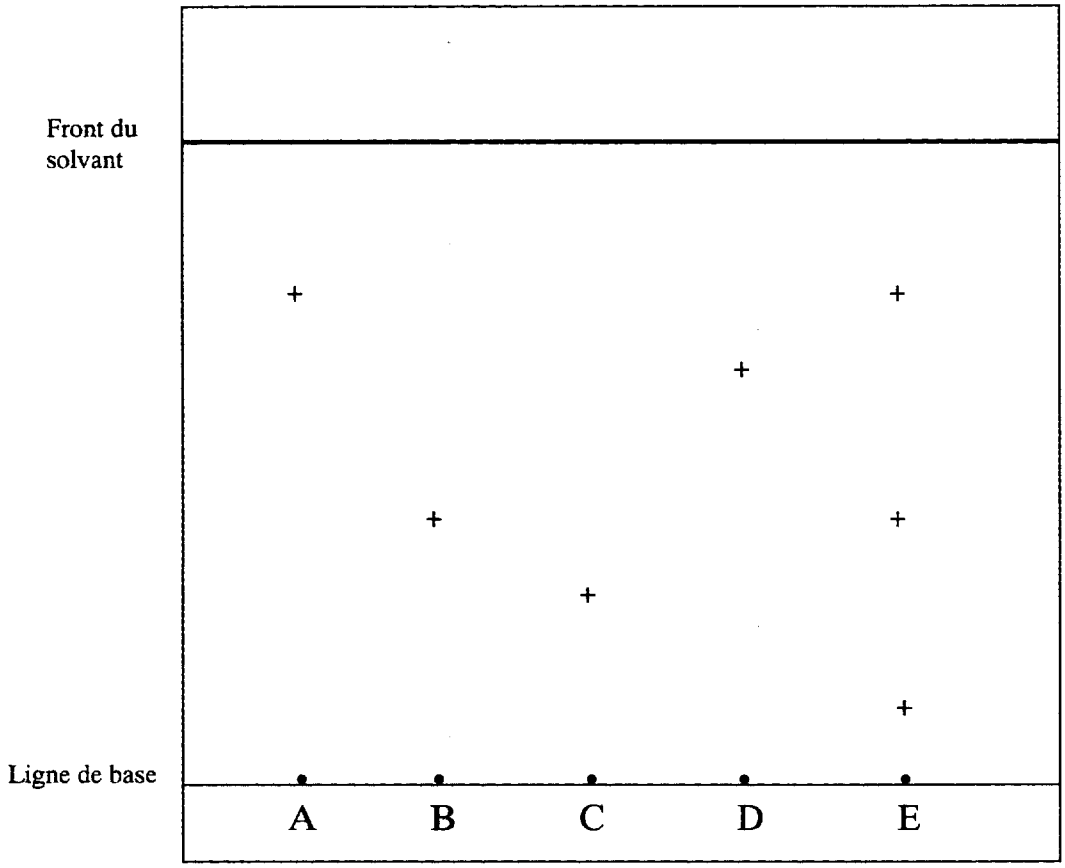
ANNEXE 1 à remettre avec la copie

Tableau de valeurs :

t (mn)	0	20	50	70	80	100	130	150
$f(t)$ en °C		52	91		112		107	



Annexe :
Schéma de chromatogramme



- produit A : aspirine
- produit B : acétaminophène
- produit C : caféine
- produit D : phénocétine
- produit E : médicament à analyser

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Chimie-Énergétique
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)\,v(x)$	$u'(x)\,v(x)+u(x)\,v'(x)$
$\frac{1}{u(x)}$	$-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)\,v(x)-u(x)\,v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geqslant 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i-\bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

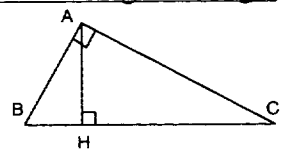
$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equations différentielles

$y' - ay = 0 \qquad y = ke^{ax}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$ $\qquad$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)\,dt = \int_a^b f(t)\,dt + \int_b^c f(t)\,dt$$

* $\int_a^b (f+g)(t)\,dt = \int_a^b f(t)\,dt + \int_a^b g(t)\,dt$

* $\int_a^b kf(t)\,dt = k\int_a^b f(t)\,dt$

SCIENCES PHYSIQUES (7 points)

Physique - Stockage d'un jus de fruits (4 points)

Après pasteurisation, on refroidit un jus de fruits pour le stocker à basse température. La machine utilisée pour le refroidissement traite 96 000 L de jus de fruits par jour.

1. Calculer la masse de jus de fruits refroidie en une journée.

2. On refroidit 104 tonnes de jus de fruits de 54°C à 4°C. Calculer l'énergie perdue par le jus de fruits.

3. Ce jus de fruits est stocké dans un réservoir cylindrique de hauteur 5 mètres. Déterminer la pression absolue exercée par le liquide en un point de la base lorsque la cuve est pleine.

Données :

- masse volumique du jus de fruits : $\rho = 1\,085$ kg/m^3 ;
- intensité de la pesanteur : $g = 10$ N/kg ;
- capacité thermique massique du jus de fruits : $c = 4\,000$ J/(kg.K) ;
- quantité de chaleur échangée : $Q = m \cdot c \cdot \Delta T$;

$$\underbrace{Q}_{J} = \underbrace{m}_{kg} \cdot \underbrace{c}_{J/(kg.K)} \cdot \underbrace{\Delta T}_{K}$$

- pression atmosphérique : $p_{atm} = 10^5$ Pa ;
- pression absolue : $p = \rho \cdot g \cdot h + p_{atm}$;

$$\underbrace{p}_{Pa} = \underbrace{\rho}_{kg/m^3} \cdot \underbrace{g}_{N/kg} \cdot \underbrace{h}_{m} + \underbrace{p_{atm}}_{Pa}$$

Chimie - Réaction d'oxydo-réduction dans la méthode de Bertrand (3 points)

On mesure la concentration en sucre du jus de fruits par la méthode de Bertrand. Au cours de cette opération, on est amené à doser une solution de Fer II (Fe^{2+}) par une solution de permanganate de potassium (K^+, MnO_4^-).

On donne les deux demi-équations électroniques mises en jeu.

$$MnO_4^- + 8H_{aq}^+ + 5e^- \rightleftarrows Mn^{2+} + 4H_2O$$

$$Fe^{2+} \rightleftarrows Fe^{3+} + e^-$$

1. Ecrire l'équation bilan de la réaction d'oxydo-réduction.

2. On dose 10 mL d'une solution Fer II par une solution de permanganate de potassium de concentration molaire volumique $C_{MnO_4^-} = 0{,}02\ mol/L$.

A l'équivalence :

$$\boxed{5\,C_{MnO_4^-} \times V_E = C_{Fe^{2+}} \times V_{Fe^{2+}}}$$

Le volume versé est $V_E = 9{,}2$ mL.

Calculer la concentration molaire volumique de la solution en ions Fer II.