BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
ÉNERGÉTIQUE

Calculatrice à fonctionnement autonome autorisée
(circulaire 99-186 du 16.11.99)

SESSION 2003

U12

MATHÉMATIQUES - SCIENCES PHYSIQUES

Durée : 2 heures | Coefficient : 2

MATHÉMATIQUES (15 points)

ETUDE D'UN POMPAGE SOLAIRE

Des panneaux solaires photovoltaïques permettent d'alimenter en énergie une pompe immergée au fond d'un puits.

La pompe sert à remplir un réservoir qui alimente un abreuvoir et une borne fontaine.

ÉTUDE N° 1 : ***Inclinaison des capteurs solaires*** **(12 points)**

Les capteurs photovoltaïques doivent être tournés plein sud et leur inclinaison par rapport à l'horizontale doit être déterminée de façon à capter un maximum d'énergie.

PARTIE A : (3,5 points)

La quantité d'énergie E en kWh reçue annuellement par un capteur solaire de $1 m^2$ installé sur le site du puits est donné par :

$$E = -0{,}2x^2 + 12{,}6x + 1\,800$$

où x désigne l'inclinaison en degrés par rapport à l'horizontale (x appartient à l'intervalle $[0 ; 90]$).

1. Calculer en kWh la quantité d'énergie reçue pour une inclinaison de 90°.

2. On souhaite déterminer l'inclinaison qui permet de recevoir une quantité d'énergie égale à 1 700 kWh.

a) Montrer que cela revient à résoudre l'équation :

$$-0{,}2x^2 + 12{,}6x + 100 = 0.$$

b) Résoudre cette équation sur l'intervalle $[0 ; 90]$.

c) Quelle est l'inclinaison qui permet de recevoir une quantité d'énergie égale à 1 700 kWh ? Le résultat sera arrondi au degré.

PARTIE B : (6,5 points)

Afin d'éviter des calculs répétés, on se propose d'exploiter une méthode graphique.

Pour cela, on étudie la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 90]$ par :

$$f(x) = -0{,}2x^2 + 12{,}6x + 1\,800.$$

1. Déterminer la dérivée f' de la fonction f.

2. Calculer la valeur de x pour laquelle la fonction f' s'annule, et déterminer le signe de $f'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle [0 ; 90].

3. Construire le tableau de variation de la fonction f.

4. Compléter le tableau de valeurs situé sur l'annexe 1. Les valeurs seront arrondies à la dizaine.

5. Tracer la représentation graphique de la fonction f sur l'annexe 1.

   Unités graphiques : axe des abscisses : 1 cm pour 10 unités,
   axe des ordonnées : 1 cm pour 50 unités.

PARTIE C : (2 points)

1. Déterminer graphiquement l'inclinaison nécessaire pour obtenir une énergie de 1 775 kWh. Faire apparaître les traits de construction sur le schéma.

2. Quelle est la quantité d'énergie maximale reçue par le capteur ainsi que l'inclinaison des panneaux photovoltaïques correspondante ?

ÉTUDE N° 2 : ***Étude de la consommation d'eau*** (3 points)

Une fois la pompe solaire installée, un suivi mensuel de la consommation d'eau par les habitants du village a été réalisé sur une durée de huit mois.
Il a donné les résultats fournis sur l'annexe 2 où x représente le rang d'un mois et y représente la consommation d'eau en m^3. Le nuage de points de coordonnées $(x ; y)$ associé à ces résultats est donné dans le repère situé sur cette annexe.
On se propose d'étudier l'évolution de cette consommation pour les mois à venir.

1. Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points. Les coordonnées de G seront notées $\bar{x}$ et $\bar{y}$ avec respectivement :
   $\bar{x}$ valeur moyenne des rangs des mois,
   $\bar{y}$ consommation moyenne en m^3.

2. Placer le point G sur le graphique fourni en annexe 2.

3. On prend pour droite d'ajustement du nuage de point la droite (GK) où K est le point de coordonnées (1 ; 3,5). Tracer cette droite sur le graphique.

4. On suppose que la tendance observée pour la consommation d'eau sur les huit premiers mois se poursuit. Déterminer alors la consommation d'eau pour le mois de septembre. Laisser les traits de construction apparents.

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

Les quatre questions sont indépendantes

La préparation d'un chantier nécessite l'étude d'un système de pompage. L'annexe 3 présente deux schémas :

schéma 1 : plan du chantier (le puits est ouvert à l'air libre) ;

schéma 2 : rendements du système de pompage (information fournie par le fabricant).

1. Déterminer les pressions relatives aux points 1 et 2 du schéma 1 ; justifier les réponses.

2. La détermination des caractéristiques de la pompe doit tenir compte des pertes de charge dans la canalisation.

a) Qu'appelle-t-on pertes de charge ?

b) Parmi les propositions suivantes, recopier la ou les propositions correctes :

les pertes de charge linéaires sont :

- proportionnelles à la longueur du conduit,
- inversement proportionnelles à la longueur du conduit,
- proportionnelles au diamètre du conduit,
- inversement proportionnelles au diamètre du conduit,
- proportionnelles à l'épaisseur de la canalisation.

c) La canalisation peut être réalisée dans l'un des deux diamètres (en mm) suivants : 20 ou 40.

Donner le diamètre le plus adapté.

3. La pompe doit fournir une pression de 2,6 bars pour faire monter l'eau avec un débit de 30 L/min.

Calculer la puissance hydraulique de la pompe.

4. Le système de pompage est alimenté par des panneaux solaires. La pompe fournie par le fabricant a une puissance hydraulique de 130 W.

a) Vérifier que le rendement global du système indiqué sur le schéma 2 correspond aux rendements des différents éléments qui le constituent.

b) Calculer la puissance électrique fournie par les panneaux solaires ; arrondir le résultat à l'unité.

Formule : $P = p \times Q$.

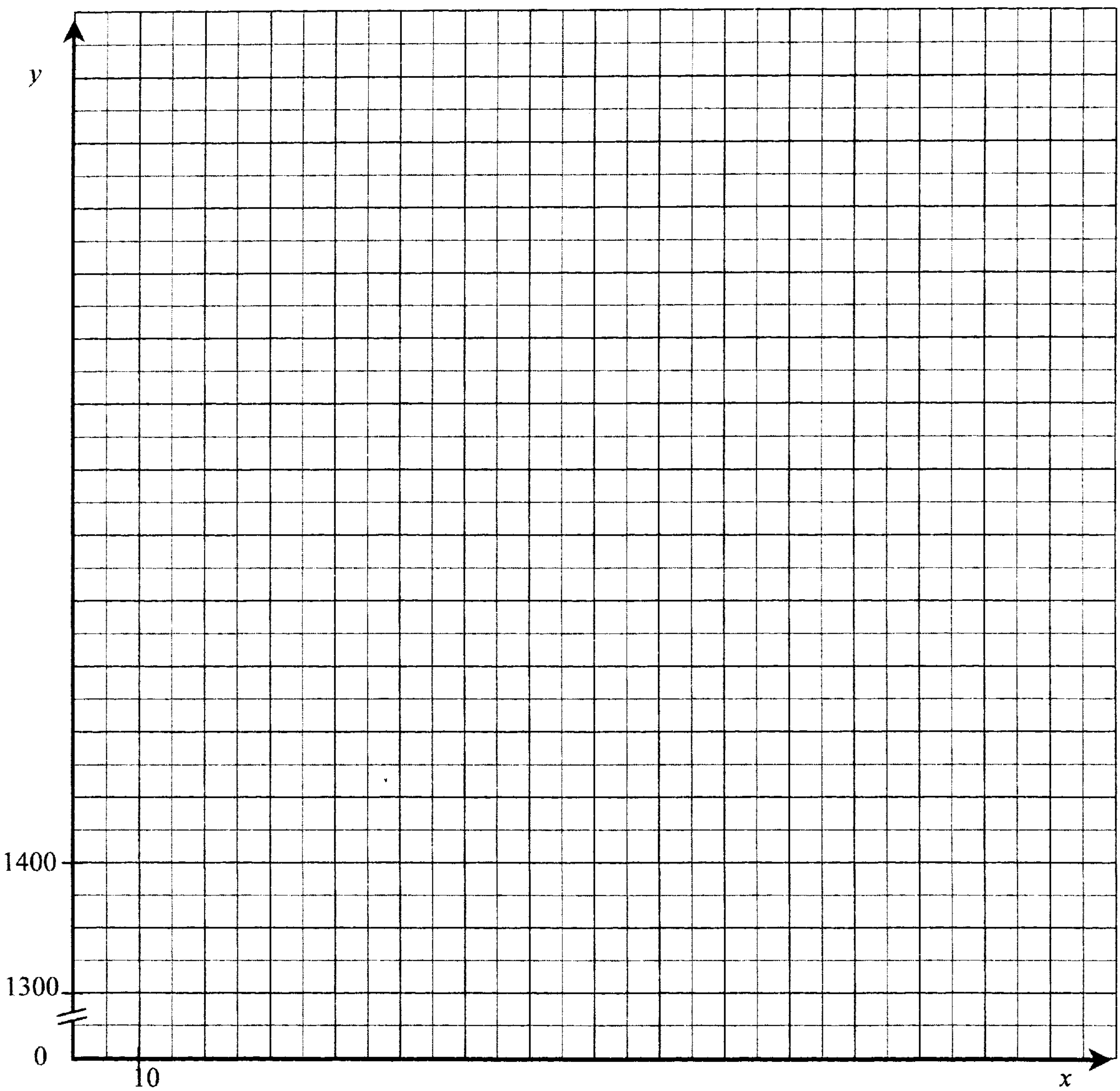
Données numériques : masse volumique de l'eau $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$; $g = 10 \text{ N/kg}$.

ANNEXE 1

(à rendre avec la copie)

Tableau de valeurs de la fonction f (valeurs arrondies à 10 unités près)

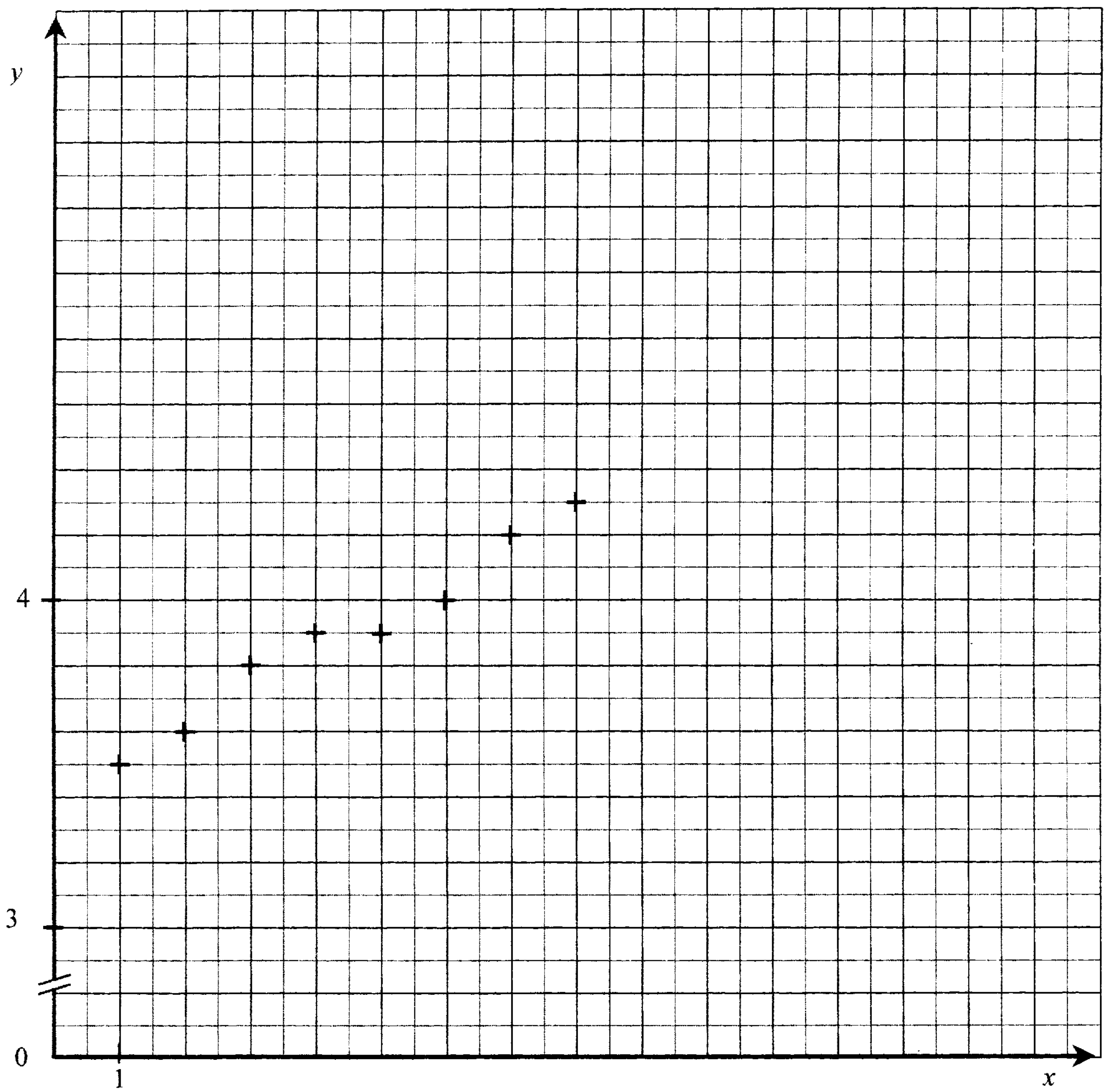
x	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$f(x)$			1970			1930				



ANNEXE 2

(à rendre avec la copie)

Mois	Octobre	Novembre	Décembre	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai
Rang x du mois	1	2	3	4	5	6	7	8
Consommation y en m^3	3,5	3,6	3,8	3,9	3,9	4,0	4,2	4,3



ANNEXE 3

Plan du chantier

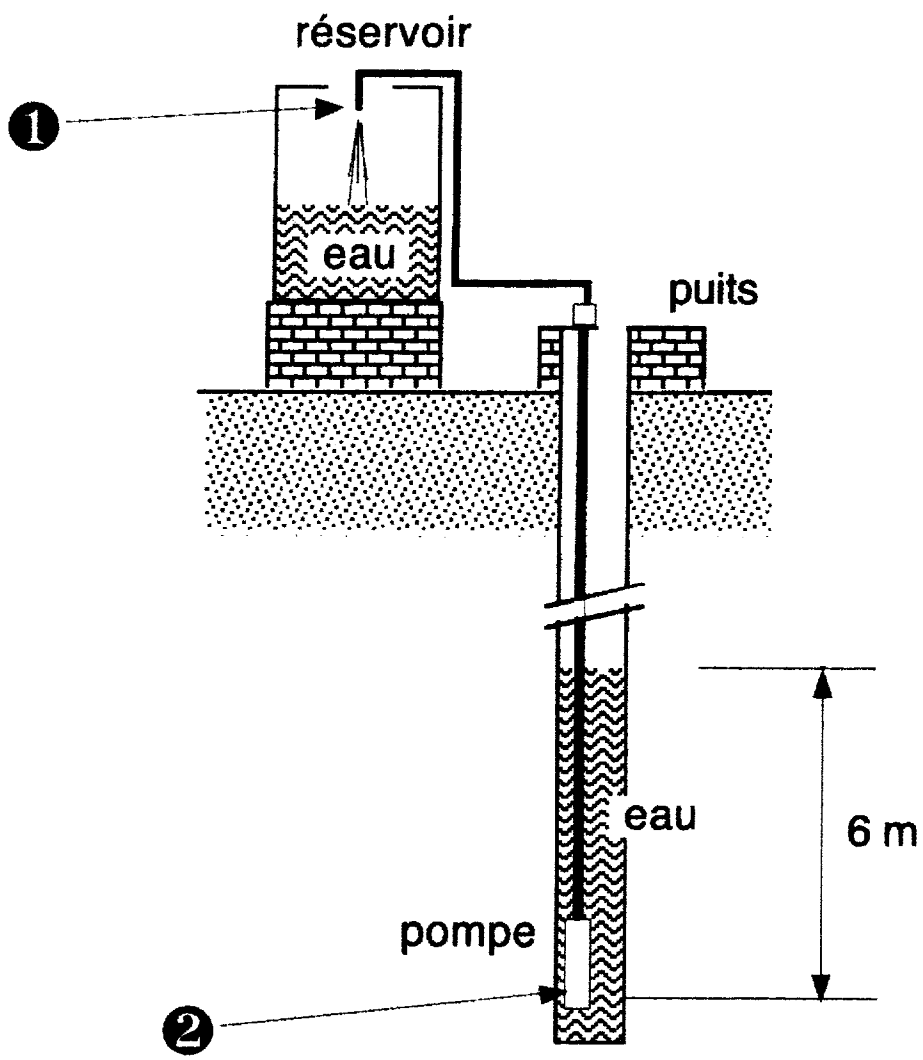


Schéma n°1

Système de pompage solaire
RENDEMENTS

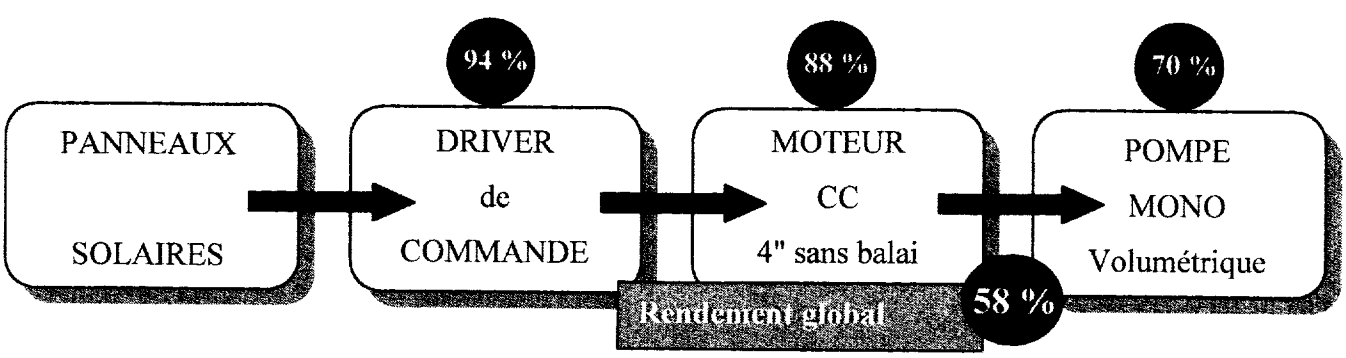


Schéma n°2

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Chimie-Énergétique

(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)v(x)$	$u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$
$\frac{1}{u(x)}$	$-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \overline{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \overline{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

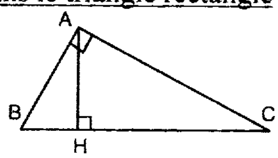
$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equations différentielles

$y' - ay = 0 \qquad y = ke^{ax}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin\widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos\widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan\widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}bc\sin\widehat{A}$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)\,dt = \int_a^b f(t)\,dt + \int_b^c f(t)\,dt$$

* $\int_a^b (f+g)(t)\,dt = \int_a^b f(t)\,dt + \int_a^b g(t)\,dt$
* $\int_a^b kf(t)\,dt = k\int_a^b f(t)\,dt$