BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
METALUVER
MATHÉMATIQUES et SCIENCES PHYSIQUES

Coefficient : 2 **Durée : 2 heures**

Dans cette épreuve, l'usage des calculatrices est autorisé dans les conditions définies par la circulaire 99-186 du 16/11/99.

MATHÉMATIQUES : (15 points)

Un atelier de fabrication doit réaliser un portail en aluminium semblable au modèle ci-dessous (figure 1).

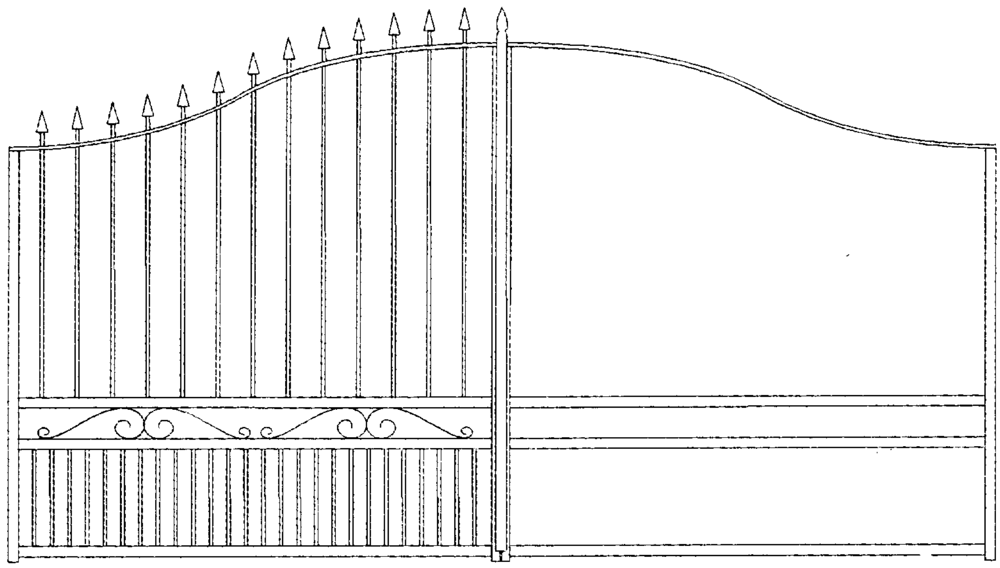


Figure 1

Contraintes de fabrication :
Largeur d'un vantail : 150 cm
Flèche comprise entre 35 et 40 cm.

Le haut du vantail (figure 2) est constitué de deux arcs de paraboles $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$.

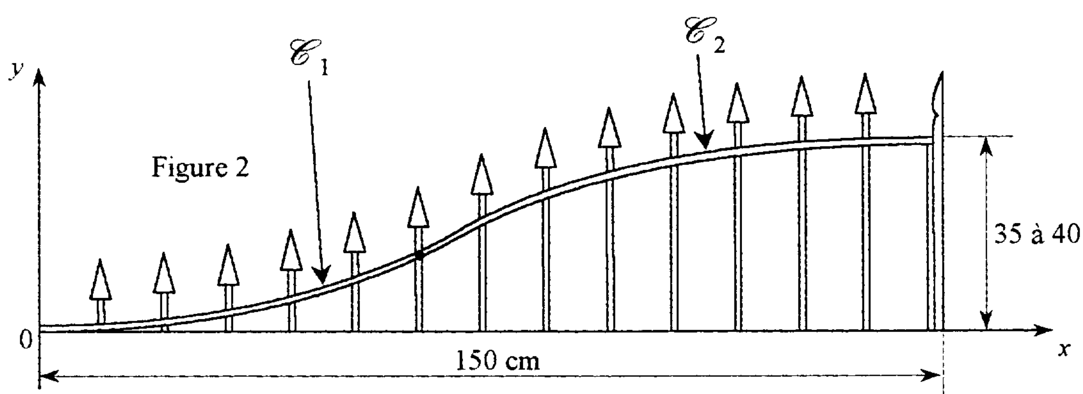


Figure 2

Ces deux paraboles ont respectivement pour équation :

$$y = \frac{1}{200}x^2 \qquad \text{et} \qquad y = -\frac{1}{400}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{75}{4}$$ dans le repère de la figure 2.

Le but de cette étude est de vérifier les contraintes de fabrication et la continuité visuelle du haut du vantail.

1. Point d'intersection de $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$: (3,5 points)

a) Montrer que l'équation $\frac{1}{200}x^2 = -\frac{1}{400}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{75}{4}$ est équivalente à l'équation :

$$x^2 - 100\,x + 2\,500 = 0.$$

b) Résoudre l'équation : $x^2 - 100\,x + 2\,500 = 0$.

c) Que représente la solution de cette équation ?

d) Calculer l'ordonnée du point I de la courbe $\mathscr{C}_1$ d'abscisse 50.

e) Placer ce point dans le repère de l'annexe.

2. Condition de continuité visuelle : (3,5 points)

a) La courbe $\mathscr{C}_1$ est la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,50]$ par $f(x) = \frac{1}{200}x^2$.

Calculer le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_1$ au point I d'abscisse 50.
Tracer cette tangente dans le repère de l'annexe.

b) La courbe $\mathscr{C}_2$ est la représentation graphique de la fonction g définie sur l'intervalle $[50\,;\,150]$ par $g(x) = -\frac{1}{400}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{75}{4}$.

On note g' la dérivée de la fonction g. Donner l'expression de $g'(x)$ puis calculer $g'(50)$.

c) Comparer $g'(50)$ et le coefficient directeur calculé à la question **2. a)**.
Que peut-on en déduire pour les tangentes à $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ au point I ?

Cette condition assure la continuité visuelle du haut du vantail.

3. Mesure de la flèche : (4 points)

a) Résoudre l'équation $g'(x) = 0$.

b) Compléter le tableau de variation de la fonction g.

c) La fonction g admet-elle un maximum ? Si oui, donner les coordonnées du point correspondant.

d) Quelle est la mesure de la flèche ?

4. Tracé de la courbe représentant le haut du vantail : (4 points)

a) Compléter les deux tableaux de valeurs de l'annexe.

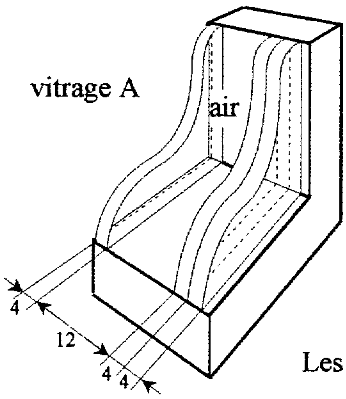
b) Tracer les arcs $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ dans le repère de l'annexe.

c) Tracer la tangente à $\mathscr{C}_2$ au point M d'abscisse 150.

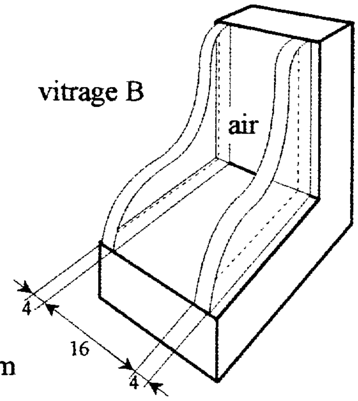
d) Les contraintes de fabrication sont-elles respectées ?

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

On se propose d'étudier les isolations thermique et acoustique de deux vitrages A et B utilisant des plaques de verre de 4 mm d'épaisseur. Les deux vitrages ont même épaisseur (24 mm au total).



Les cotes sont données en mm



I. Isolation thermique

1. Calculer la résistance thermique de chaque vitrage. Arrondir les résultats à 0,01 $m^2.K/W$.

$$R = \sum \frac{e}{\lambda}$$

R : résistance thermique en $m^2.K/W$
e : épaisseur de la paroi en mètre
λ : conductivité thermique,
pour l'air $\lambda = 0,025$ W/m.K
pour le verre $\lambda = 0,81$ W/m.K

2. Quel vitrage assure la meilleure isolation thermique ? Justifier la réponse.

II. Isolation acoustique

Pour déterminer l'isolation acoustique d'un vitrage, on détermine la masse de ce vitrage pour une surface de 1 m^2, puis on utilise le tableau suivant :

Masse (kg)	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
Isolation (dB)	21,4	25,5	27,9	29,6	30,9	32,0	32,9	33,7	34,4	35,0	35,5	36,1

1. Pour une surface de vitrage de 1 m^2, calculer :

a) le volume de verre de chacun des vitrages A et B ;
b) la masse de verre de chacun des vitrages A et B.

On rappelle : $M = \rho V$ et $\rho_{verre} = 2\,500$ kg/m^3 ; on néglige la masse d'air comprise entre les deux faces de verre.

2. Déterminer à l'aide du tableau ci-dessus l'isolation acoustique des deux vitrages.

3. Quel vitrage assure la meilleure isolation acoustique ? Justifier la réponse.

ANNEXE
à rendre avec la copie

Tableau de variation de g :

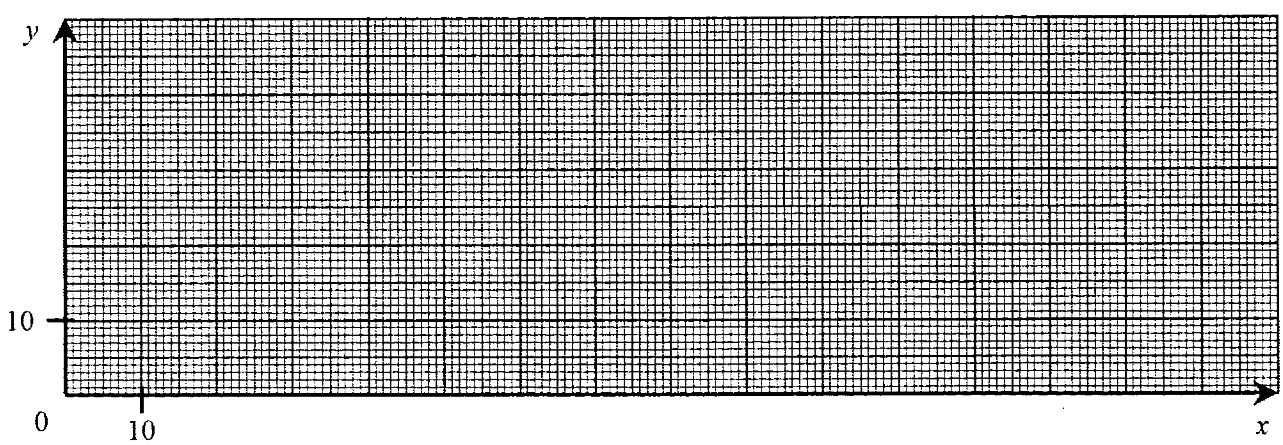
x	
Signe de $g'(x)$	
Sens de variation de la fonction g	

Arc $\mathscr{C}_1$:

x	0	20	30	40	50
$f(x)$					

Arc $\mathscr{C}_2$:

x	50	70	90	110	130	150
$g(x)$			28,5			



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \dfrac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \dfrac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

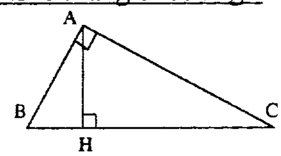
Moyenne $\overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \overline{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \overline{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\dfrac{a}{\sin \widehat{A}} = \dfrac{b}{\sin \widehat{B}} = \dfrac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$