BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Artisanat et métiers d'art

Options : tapissier d'ameublement et ébéniste

EPREUVE E1 :

ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

SOUS-ÉPREUVE B1 : MATHÉMATIQUES

Unité 12

Durée: 2 heures **Coefficient : 2,5**

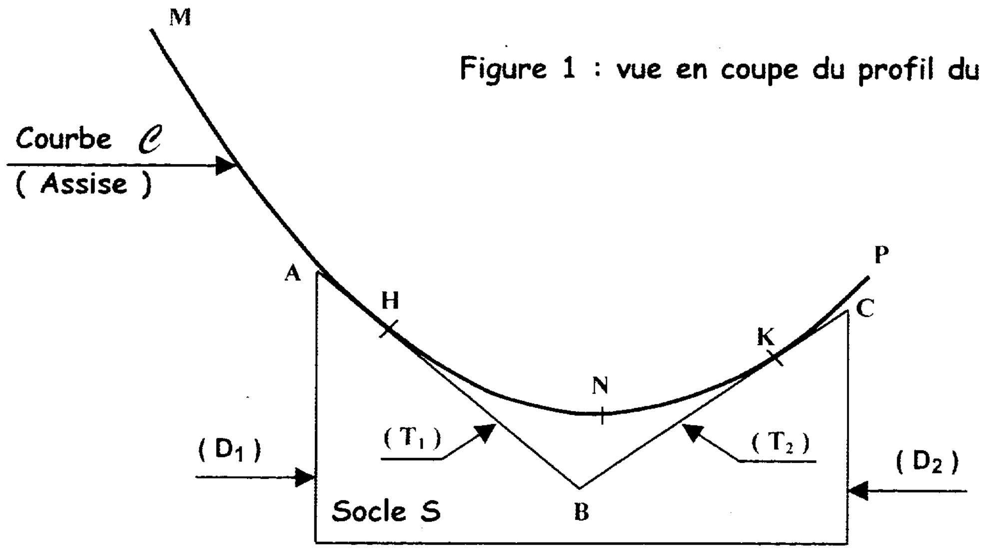
Le dossier est composé de 7 pages :

- le sujet numéroté de la **page 1/7** à la **page 5/7** ;
- une annexe ***à joindre à la copie*** donnée **page 6/7** ;
- un formulaire de mathématiques donné **page 7/7**.

EXERCICE 1 : étude d'un fauteuil *(10 points)*

Un artisan décide de créer une collection de meubles avec une forme épurée au maximum.
Il souhaite rendre cette forme " harmonieuse " en utilisant des modèles mathématiques.
Dans cet esprit, il crée un fauteuil - chaise longue dont l'assise de " forme parabolique " est posée sur un socle (voir **figure 1** ci-dessous).

Figure 1 : vue en coupe du profil du fauteuil



Les objectifs de l'étude menée ci-après sont :

- déterminer l'équation de la courbe $\mathscr{C}$ représentant le profil de l'assise ;
- tracer $\mathscr{C}$;
- compléter le schéma du socle S.

La partie 1 est indépendante des parties 2, 3 et 4.

Partie 1 : détermination des paramètres de la fonction

Le plan est rapporté au repère orthonormal, d'origine **O** et **d'unité graphique 1 cm pour 10**.
Dans ce repère, **annexe page 6/7**, sont placés les points **M**, **N** et **P** de coordonnées respectives :

$$\mathbf{M\,(\,0\,;\,64\,)\ ,\ N\,(\,100\,;\,-36\,)\ \text{et}\ P\,(\,160\,;\,0\,)}.$$

Soit $\mathscr{C}$ la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle $[\,0\,;\,160\,]$ par :

$$f(x) = a\,x^2 + b\,x + c \quad \text{avec} \quad \textit{a, b et c nombres réels.}$$

Cette courbe $\mathscr{C}$ passe par les points **M**, **N** et **P**.

Pour la détermination des nombres réels a, b et c :

1.1 - Vérifier que $c = 64$ en utilisant le fait que la courbe passe par le point **M**.

1.2 - Déterminer a et b en utilisant le fait que la courbe passe par les points **N** et **P**.

Partie 2 : étude de la fonction associée au profil de l'assise

Soit f la fonction de la variable réelle x, définie sur l'intervalle **[0 ; 160]** par :

$$f(x) = 0{,}01\,x^2 - 2\,x + 64.$$

La courbe $\mathcal{C}$ est la représentation graphique de cette fonction f.

2.1 - Déterminer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de la fonction f.

2.2 - Résoudre l'équation, d'inconnue réelle x : $0{,}02\,x - 2 = 0$.

2.3 - Déterminer le signe de $f'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle **[0 ; 160]**.

2.4 - Compléter, sur **l'annexe page 6/7**, le tableau de variation de la fonction f.

2.5 - Compléter, sur **l'annexe page 6/7**, le tableau de valeurs.

Partie 3 : tracé du socle

3.1 - Déterminer $f'(50)$ et $f'(140)$ en sachant que $f'(x) = 0{,}02\,x - 2$.

3.2 - Soit les points **H** et **K** de coordonnées respectives : **H (50 ; – 11)** et **K (140 ; – 20)**.

a - Placer les points **H** et **K** dans le repère défini dans l'annexe **page 6/7**.

b - Tracer, dans le repère défini dans **l'annexe page 6/7** :

- la droite (T_1), tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point **H** d'abscisse **50** ;
- la droite (T_2), tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point **K** d'abscisse **140**.

3.3 - D'après la **figure 1 page 2/7** :

- **A** est le point d'intersection des droites (D_1) et (T_1)
- **B** est le point d'intersection des droites (T_1) et (T_2)
- **C** est le point d'intersection des droites (D_2) et (T_2)

Dans le repère défini dans **l'annexe page 6/7**, une partie du contour **du socle S** est tracée.

a - Placer les points **A**, **B** et **C**.

b - Compléter, en utilisant la même épaisseur de trait, le contour du socle.

Partie 4 : tracé de la courbe $\mathcal{C}$

Tracer, sur **l'annexe page 6/7**, la courbe $\mathcal{C}$.

EXERCICE 2 : commercialisation de fauteuils *(5 points)*

Partie 1 : analyse statistique des ventes

Sur l'année **2001**, les ventes de fauteuils sur quatre régions ont été les suivantes :

- première région : **671** fauteuils à **150 €** le fauteuil ;
- deuxième région : **897** fauteuils à **140 €** le fauteuil ;
- troisième région : **762** fauteuils à **175 €** le fauteuil ;
- quatrième région : **558** fauteuils à **165 €** le fauteuil.

Remarque : **€** est le symbole de **l'euro**.

Calculer le prix moyen de vente, arrondi à l'unité, d'un fauteuil sur l'ensemble de ces régions.

Partie 2 : analyse de production

Un grossiste propose à un artisan un contrat garantissant l'achat en **2002** de **5 000 unités** et s'engage à augmenter de **4%** **par an** ses achats jusqu'en **2007** compris.

L'étude suivante porte sur la quantité de fauteuils, à produire pour satisfaire ce contrat.

2.1 - Déterminer la quantité de fauteuils achetée en **2003**. Rédiger la réponse.

2.2 - Soit la suite géométrique de premier terme **5 000** et de raison **1,04**.

a - Exprimer le terme $\mathbf{u}_n$ de rang n en fonction de n en vous aidant du formulaire.

b - En déduire la valeur arrondie à **0,01** de $\mathbf{u}_6$.

2.3 - On admet que la valeur $\mathbf{u}_n$, arrondie à l'unité, représente le nombre d'articles fabriqués en l'année **2001** + n.

Ainsi $\mathbf{u}_1$ représente la quantité produite en **2002**, $\mathbf{u}_2$ celle en **2003**, et $\mathbf{u}_6$ celle en **2007**.

La somme des **6 premiers termes** de cette suite est notée S_6.

a) Calculer S_6.

b) Que représente S_6 ? Rédiger la réponse.

EXERCICE 3 : choix d'un local d'exposition *(5 points)*

L'artisan souhaite trouver un local d'exposition.

Un vendeur lui propose un local très séduisant par son emplacement, en pointe d'un immeuble dans une rue passante, vitré sur trois côtés (voir **figure 2** ci-dessous).

L'aire minimale dont il faut disposer pour exposer les meubles est de **160 m²**.

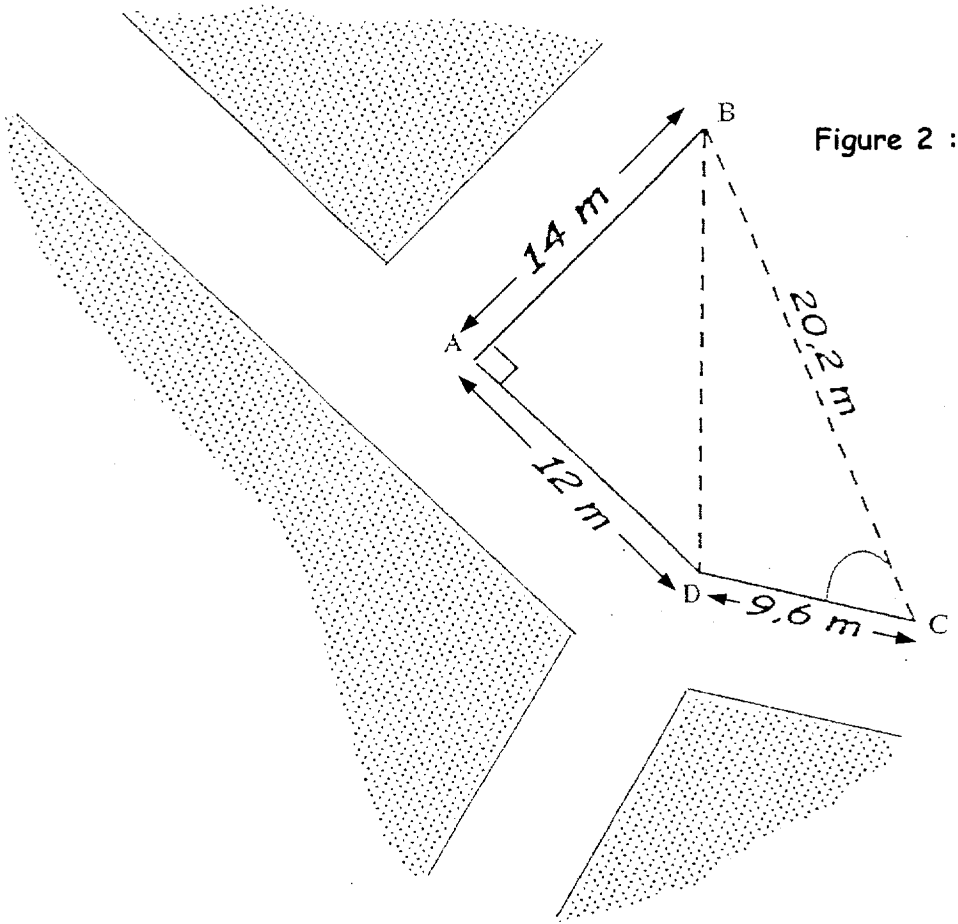


Figure 2 : plan du local

1 - a - Vérifier en détaillant les calculs que la valeur, **arrondie à 0,01m**, de la longueur **BD** est **18,44 m**.

b - Calculer l'aire $\mathcal{A}_1$, **en m²**, du triangle **ABD**.

2 - Calculer en utilisant le formulaire :

a - la mesure, **arrondie au degré**, de l'angle $\widehat{DCB}$.

b - la valeur, **arrondie au m²**, de l'aire $\mathcal{A}_2$ du triangle **BDC**.

3 - a - Calculer la valeur, **arrondie au m²**, de l'aire $\mathcal{A}$ du local.

b - D'après la contrainte d'installation ce local convient-il ?

Justifier et rédiger la réponse.

ANNEXE à joindre à la copie

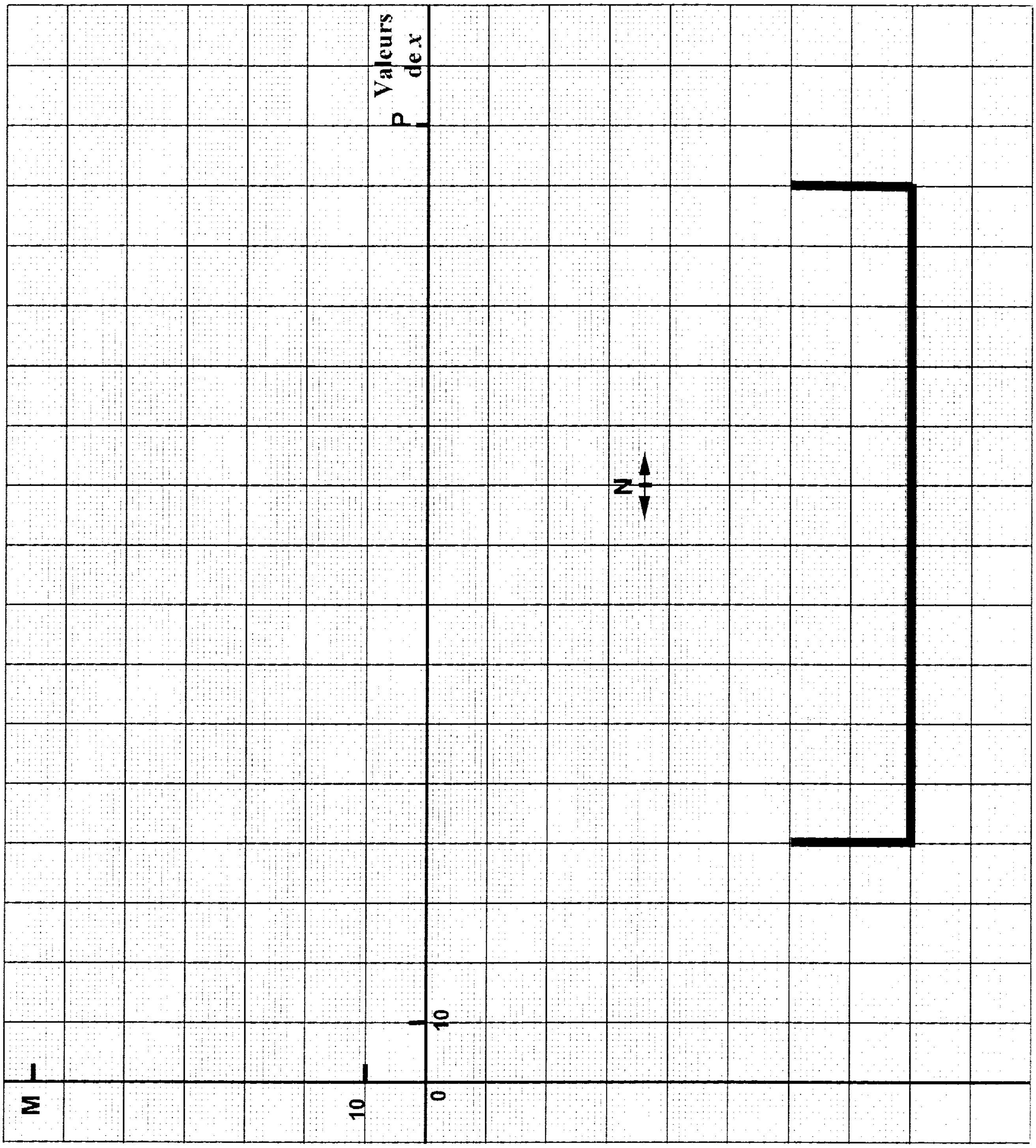


Tableau de valeurs

Valeurs de x	0	50	80	100	110	140	160
Valeurs de $f(x)$		– 11				– 20	

Tableau de variation

Valeurs de x	
Signe de $f'(x)$	
Variation de f	

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$au(x)$	$au'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré : $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle
- Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suite arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r
Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$
Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suite géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q
Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$
Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$
$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$
$\qquad = 1 - 2\sin^2 a$
$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

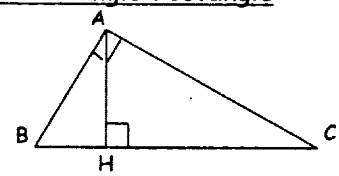
Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}; \quad \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}; \quad \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

- Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh
- Sphère de rayon R :

  Aire = $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume = $\frac{4}{3}\pi R^3$

- Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume = $\frac{1}{3}$ Bh

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v} \cdot \vec{v'} = xx' + yy'$ $\qquad$ $\vec{v} \cdot \vec{v'} = xx' + yy' + zz'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2}$ $\qquad$ $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$ $\qquad$ $\vec{v} \cdot \vec{v'} = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v'}\| \cos(\vec{v}, \vec{v'})$

$\vec{v} \cdot \vec{v'} = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v'}$