

**BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL**  
**MAINTENANCE DE SYSTÈMES MÉCANIQUES**  
**AUTOMATISÉS**

- Session 2003 -

\*\*\*

**Épreuve E 1**  
**Scientifique et Technique**

*Sous-Épreuve B 1 – Unité U 12 –  
Mathématiques et Sciences Physiques*

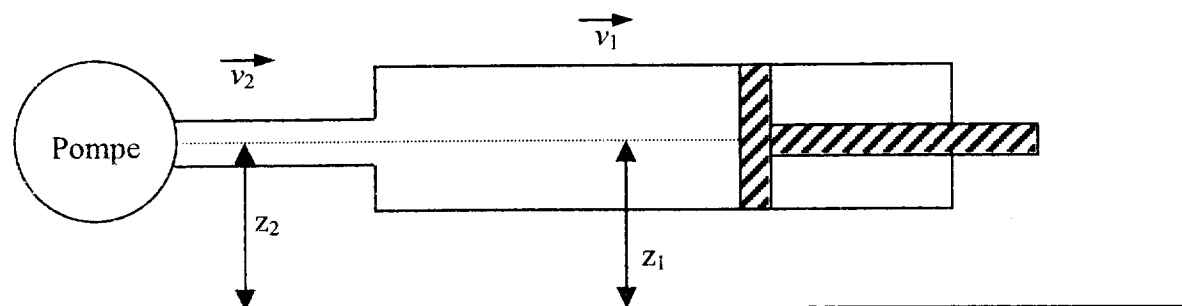
**Coefficient : 2**

**Durée : 2 heures**

<b>SCIENCES PHYSIQUES : (5 points)</b>
--

### ÉTUDE D'UN SYSTÈME HYDRAULIQUE

La production d'une entreprise est assurée par une chaîne de montage dans laquelle on utilise à plusieurs reprises un système « pompe-vérin ».



#### PARTIE A

Le piston d'un des vérins a une surface  $S$  de  $8 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ , ce vérin reçoit un débit  $q_v$  de  $5 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$  et développe en sortie une force utile  $F$  de  $4,5 \times 10^4 \text{ N}$ .

- 1 - Calculer la pression  $p_1$ , en pascal, exercée par le piston.
- 2 - Calculer la vitesse de sortie de tige  $v_1$  arrondie à  $10^{-4}$ .
- 3 - Calculer la puissance utile  $P_u$  du vérin, arrondie à l'unité.

Rappel :  $q_v = vS$        $P_u = Fv$

#### PARTIE B

Le vérin est raccordé à la pompe d'alimentation par une tuyauterie où la vitesse d'écoulement  $v_2$  est de 2,5 m/s. Les caractéristiques de pression  $p_1$  et  $p_2$ , de hauteur  $z_1$  et  $z_2$ , de vitesse d'écoulement  $v_1$  et  $v_2$  sont reliées par l'équation de Bernoulli :

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + p_1 + \rho g z_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + p_2 + \rho g z_2$$

On donne :  $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$

- 1 - Les hauteurs  $z_1$  et  $z_2$  étant égales, comparer  $\rho g z_1$  et  $\rho g z_2$ .
- 2 - Simplifier alors l'équation de Bernoulli.
- 3 - Montrer que :  $p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2)$
- 4 - Calculer la différence de pression  $p_1 - p_2$  et arrondir le résultat à l'unité. On donne  $v_1 = 0,0625 \text{ m/s}$ .

**MATHÉMATIQUES : (15 points)**

Le thème est l'étude de la fabrication de pièces de rechange ayant la même forme (figure 1)  
Les trois exercices sont indépendants.

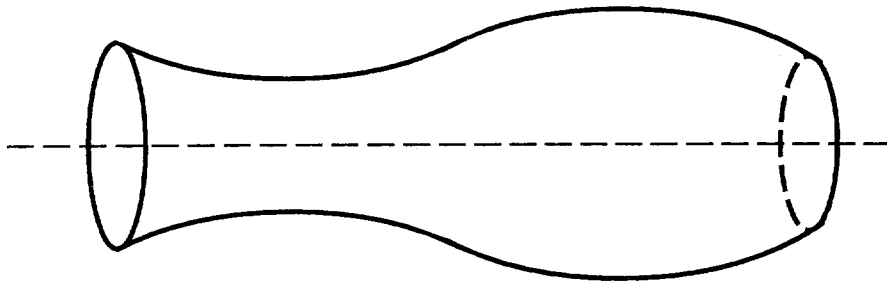


Figure 1

**EXERCICE 1 : 6 POINTS****FABRICATION**

Chaque pièce de rechange est réalisée à partir d'un cylindre de rayon  $M$ . (figure 2)  
Afin de déterminer ce rayon, on étudie la partie du profil la plus large de cette pièce.

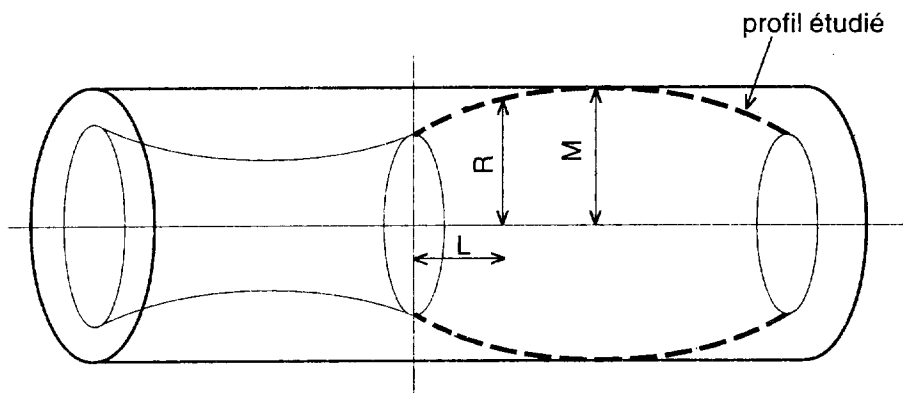


Figure 2

Pour  $L$  appartenant à l'intervalle  $[0 ; 10]$ , le rayon  $R$  de ce profil est donné par la relation :

$$R = -0,08 L^2 + 0,8 L + 5$$
**1 - Étude d'une fonction :**

Soit  $f$  la fonction définie pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0 ; 10]$  par :  $f(x) = -0,08x^2 + 0,8x + 5$

- 1 - Soit  $f'$  la fonction dérivée de  $f$ . Calculer  $f'(x)$ .
- 2 - Résoudre  $f'(x) = 0$ .
- 3 - Dans l'annexe 1 (à rendre avec la copie), compléter le tableau de variation.
- 4 - Pour quelle valeur de  $x$ ,  $f(x)$  est-elle maximale ?
- 5 - Dans l'annexe 1 (à rendre avec la copie), compléter le tableau de valeurs de  $f(x)$ , arrondies à  $10^{-1}$ .
- 6 - Dans le repère défini dans l'annexe 1 (à rendre avec la copie), tracer la courbe représentative de  $f$ .

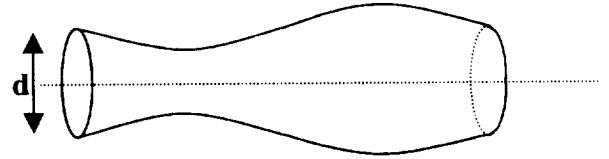
**2 - Exploitation des résultats :**

Déterminer le rayon  $M$  du cylindre à utiliser pour construire la pièce de rechange.

**EXERCICE 2 : 4 POINTS****ÉTUDE STATISTIQUE DE LA PRODUCTION DES PIÈCES DE RECHANGE**

Un contrôle de qualité portant sur la production de ces pièces de rechange donne le tableau suivant :

Diamètre d	Effectif
[ 9,8 ; 9,9[	10
[ 9,9 ; 10,0[	53
[ 10,0 ; 10,1[	67
[ 10,1 ; 10,2[	20
[ 10,2 ; 10,3]	50



- 1 - On affecte l'effectif de chaque classe au centre de classe.
  - a) Dans le tableau en annexe 2, (à rendre avec la copie), compléter les colonnes 3 et 4 du tableau.
  - b) Calculer le diamètre moyen  $\bar{x}$  ; on donnera la valeur arrondie à  $10^{-2}$ .
- 2 - On admet que l'effectif est réparti uniformément dans chaque classe.
  - a) Dans l'annexe 2 (à rendre avec la copie), compléter la colonne 5 du tableau en donnant les effectifs cumulés croissants.
  - b) Dans le repère défini dans l'annexe 2 (à rendre avec la copie), construire le polygone des effectifs cumulés croissants.
  - c) Déterminer graphiquement le diamètre médian  $m$ .
- 3 - Comparer le diamètre médian et le diamètre moyen.

**EXERCICE 3 : 5 POINTS****ÉTUDE D'UNE SUITE**

L'entreprise fabriquant les pièces augmente chaque année sa production de 6 %.  
La production  $P_1$  de la première année est de 45 000 pièces.

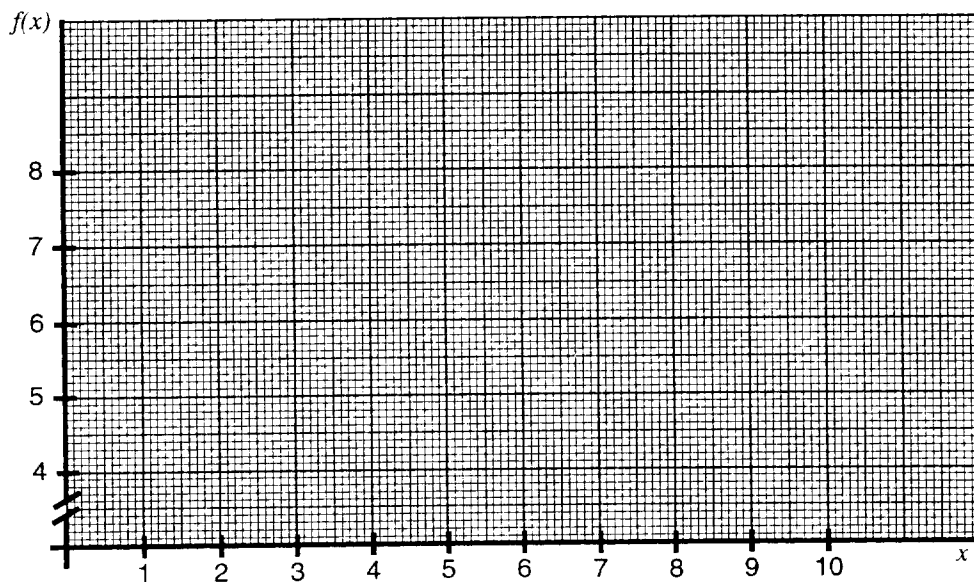
- 1 - Déterminer la nature de la suite des productions annuelles en précisant le premier terme et la raison.
- 2 - Calculer la production  $P_2$  pour la deuxième année,  
 $P_3$  pour la troisième année,  
 $P_4$  pour la quatrième année ;  
les valeurs seront arrondies à l'unité.
- 3 - On désigne par  $P_n$  la production de l'année  $n$ . À l'aide du formulaire, exprimer  $P_n$  en fonction de  $n$ .
- 4 - Calculer la production de la dixième année. (Arrondir à l'unité)
- 5 - En quelle année la production  $P_n$  dépassera-t-elle 100 000 pièces ?

**ANNEXE 1 (À rendre avec la copie)****Tableau de variation**

$x$	0	10
signe de $f'(x)$		
variation de $f$		

**Tableau de valeurs**

$x$	0	2	4	5	6	8	10
$f(x)$		6,3		7,0			

**Représentation graphique**

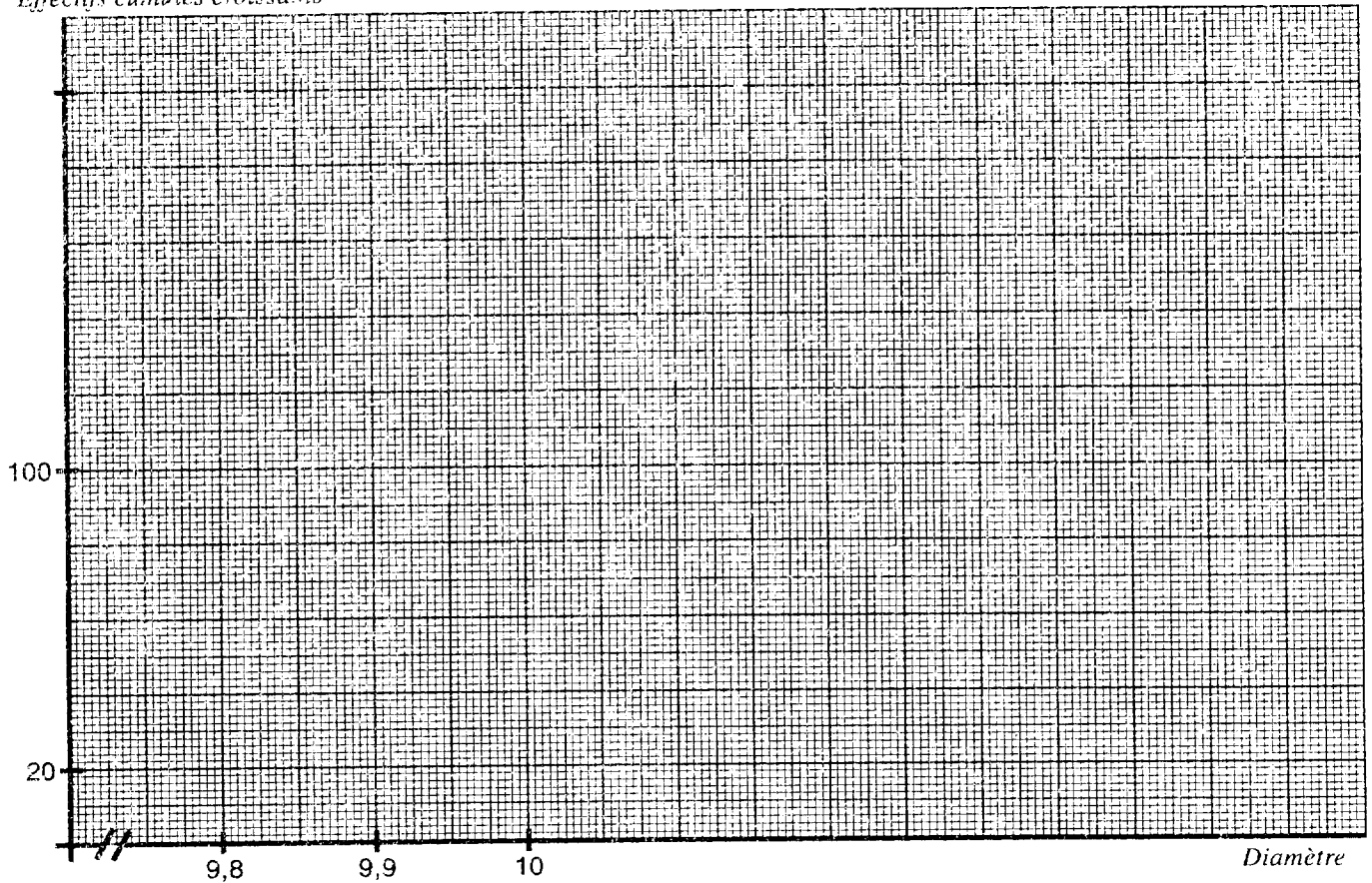
**ANNEXE 2 (À rendre avec la copie)**

Tableau à compléter :

		Colonne 3	Colonne 4	Colonne 5
Diamètre d	Effectifs $n_i$	$x_i$	$n_i x_i$	Effectifs Cumulés Croissants
[9,8 ; 9,9[	10			
[9,9 ; 10,0[	53			
[10,0 ; 10,1[	67			
[10,1 ; 10,2[	20			
[10,2 ; 10,3]	50			
<b>TOTAL</b>	<b>N =</b>			

Courbe des effectifs cumulés croissants:

Effectifs cumulés croissants



**FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL**  
**Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique**

<u>Fonction <math>f</math></u>	<u>Dérivée <math>f'</math></u>
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	$a$
$x^2$	$2x$
$x^3$	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a u(x)$	$a u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b \quad \ln(a^n) = n \ln a$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$$

Equation du second degré  $ax^2 + bx + c = 0$ 

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- Si  $\Delta > 0$ , deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si  $\Delta = 0$ , une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si  $\Delta < 0$ , aucune solution réelle

$$\text{Si } \Delta \geq 0, \quad ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 :  $u_1$  et raison  $r$

Terme de rang  $n$  :  $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des  $k$  premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 :  $u_1$  et raison  $q$

Terme de rang  $n$  :  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$

Somme des  $k$  premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

Trigonométrie

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

Statistiques

$$\text{Effectif total } N = \sum_{i=1}^p n_i$$

$$\text{Moyenne } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$$

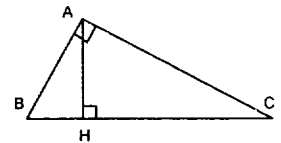
Variance

$$V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

$$\text{Ecart type } \sigma = \sqrt{V}$$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$



$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}; \quad \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}; \quad \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

$R$  : rayon du cercle circonscrit

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

Aires dans le plan

$$\text{Triangle} : \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$$

$$\text{Trapèze} : \frac{1}{2}(B+b)h$$

$$\text{Disque} : \pi R^2$$

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base  $B$  et de hauteur  $h$  : Volume  $Bh$

Sphère de rayon  $R$  :

$$\text{Aire} : 4\pi R^2 \quad \text{Volume} : \frac{4}{3} \pi R^3$$

Cône de révolution ou pyramide de base  $B$  et de hauteur  $h$  : Volume  $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy'$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' + zz'$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Si  $\vec{v} \neq \vec{0}$  et  $\vec{v}' \neq \vec{0}$  :

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$$

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = 0 \quad \text{si et seulement si} \quad \vec{v} \perp \vec{v}'$$