

**BACCALAUREAT PROFESSIONNEL**

**MAINTENANCE des APPAREILS et EQUIPEMENTS MENAGERS et de COLLECTIVITES**

Domaine E1 – Epreuve Scientifique et Technique

MATHEMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Durée : 2 heures

Coefficient : 1,5

La calculatrice est autorisée.

Les documents à rendre avec la copie seront agrafés en bas de la copie par le surveillant sans indication d'identité du candidat.

Le sujet comporte 7 pages dont :

- Page de garde page 1/7
- Formulaire de Mathématiques page 2/7
- Sujet de Mathématiques pages 3/7, 4/7 et 5/7
- Annexe de Mathématiques page 6/7
- Sujet de Sciences Physiques page 7/7

**FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL**  
**Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique**

| <u>Fonction <math>f</math></u> | <u>Dérivée <math>f'</math></u> |
|--------------------------------|--------------------------------|
| $f(x)$                         | $f'(x)$                        |
| $ax + b$                       | $a$                            |
| $x^2$                          | $2x$                           |
| $x^3$                          | $3x^2$                         |
| $\frac{1}{x}$                  | $-\frac{1}{x^2}$               |
| $u(x) + v(x)$                  | $u'(x) + v'(x)$                |
| $a u(x)$                       | $a u'(x)$                      |

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$        $\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré  $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si  $\Delta > 0$ , deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$  et  $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si  $\Delta = 0$ , une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si  $\Delta < 0$ , aucune solution réelle

Si  $\Delta \geq 0$ ,  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 :  $u_1$  et raison  $r$

Terme de rang  $n$  :  $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des  $k$  premiers termes :

$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 :  $u_1$  et raison  $q$

Terme de rang  $n$  :  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$

Somme des  $k$  premiers termes :

$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$

$= 1 - 2 \sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total  $N = \sum_{i=1}^p n_i$

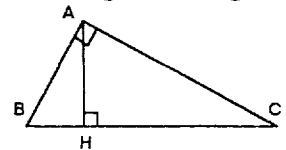
Moyenne  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$

Variance  $V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type  $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$  ;  $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$  ;  $\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$

$R$  : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$

Aires dans le plan

Triangle :  $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze :  $\frac{1}{2}(B + b)h$

Disque :  $\pi R^2$

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base  $B$  et de hauteur  $h$  : Volume  $Bh$

Sphère de rayon  $R$  :

Aire :  $4\pi R^2$       Volume :  $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base  $B$  et de hauteur  $h$  : Volume  $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy'$

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' + zz'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si  $\vec{v} \neq \vec{0}$  et  $\vec{v}' \neq \vec{0}$  :

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = 0$  si et seulement si  $\vec{v} \perp \vec{v}'$

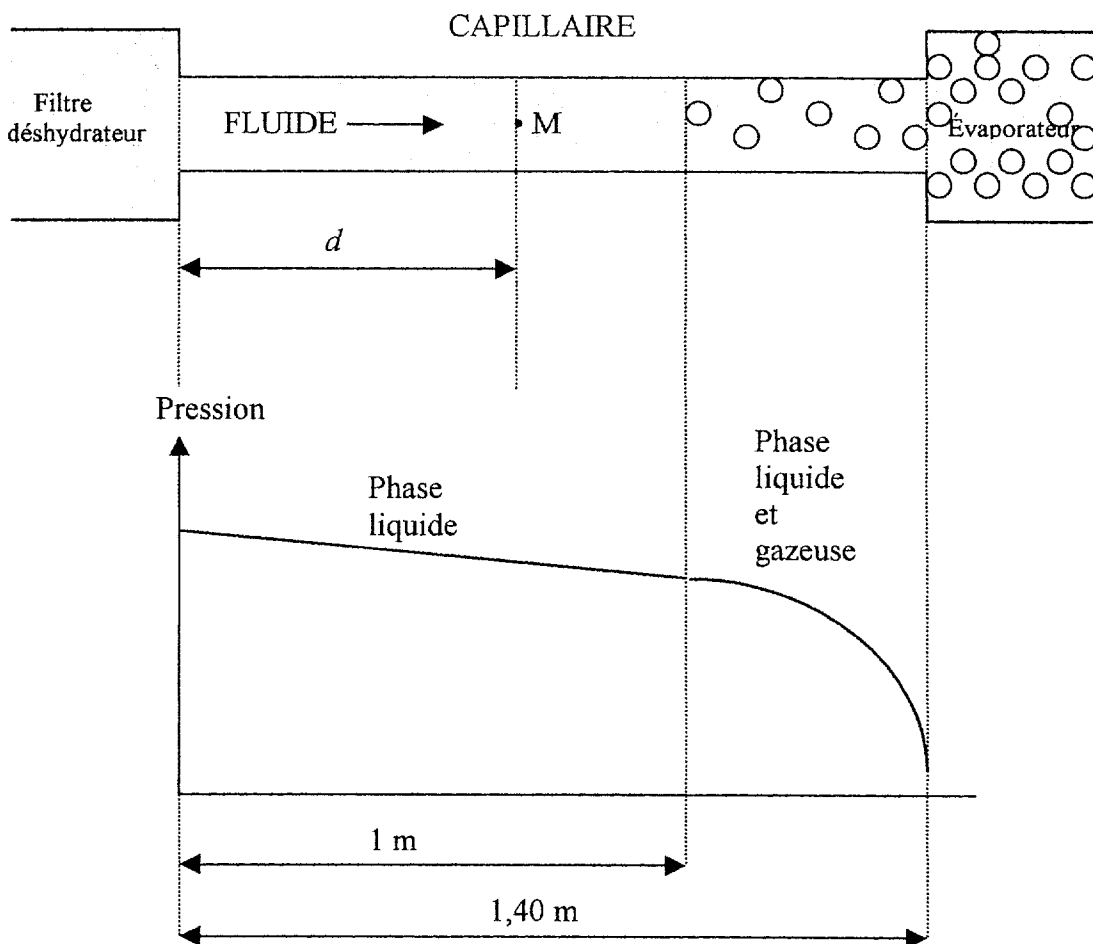
## MATHEMATIQUES (13 points)

On se propose d'étudier différents organes d'un réfrigérateur.

Les deux exercices sont indépendants.

### Exercice 1 : Étude de la pression dans un capillaire de réfrigérateur. (8 points)

Le capillaire est un tube fin reliant le filtre déshydrateur à l'évaporateur. Dans ce capillaire circule un fluide frigorigène. On désigne par  $d$  la distance, exprimée en mètre, entre l'entrée et un point M du capillaire. La pression du fluide, exprimée en bar, varie tout au long du tube en fonction de  $d$ .



La pression  $P$  en un point  $M$  du capillaire est donnée par les formules :

$$\begin{array}{ll} \text{si } 0 \leq d \leq 1 & P = -5d + 11 \\ \text{si } 1 \leq d \leq 1,4 & P = -24d^2 + 43d - 13 \end{array}$$

## 1. Etude mathématique :

1.1 Soit  $f$  la fonction définie, pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0 ; 1]$ , par :

$$f(x) = -5x + 11.$$

Dans le repère défini sur l'annexe, tracer la représentation graphique de la fonction  $f$ .

1.2 Soit  $g$  la fonction définie, pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $[1 ; 1,4]$ , par :

$$g(x) = -24x^2 + 43x - 13$$

a. On note  $g'$  la fonction dérivée de  $g$ . Déterminer  $g'(x)$ .

b. Résoudre  $g'(x) < 0$  pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $[1 ; 1,4]$ .

c. Compléter, sur l'annexe, le tableau de variation de la fonction  $g$  dans l'intervalle  $[1 ; 1,4]$ .

1.3 Représentation graphique :

a. Compléter, sur l'annexe, le tableau de valeurs de  $g(x)$  arrondies à  $10^{-1}$ .

b. Dans le repère défini sur l'annexe, tracer la courbe représentative de la fonction  $g$ .

c. Déterminer graphiquement la valeur de  $g(x)$  pour laquelle  $x = 1,36$ .

1.4 Résoudre dans l'intervalle  $[1 ; 1,4]$  l'équation :  $-24x^2 + 43x - 15,5 = 0$   
(résultat arrondi à  $10^{-2}$ ).

## 2. Utilisation des résultats :

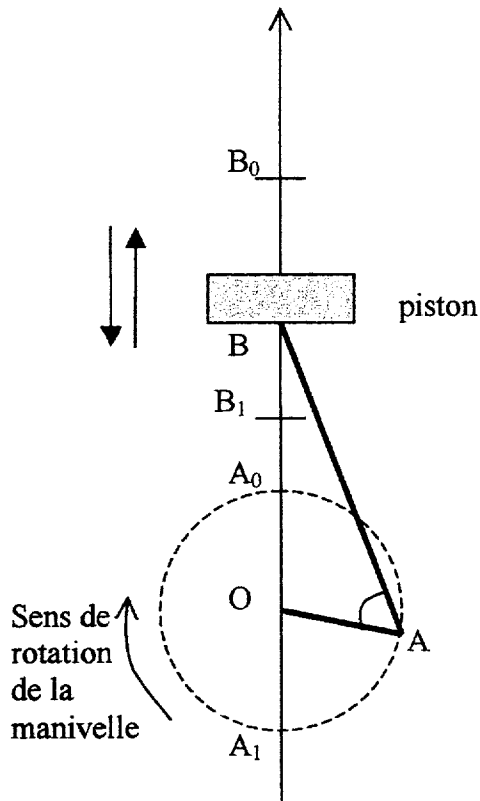
2.1. La longueur initiale du capillaire étant de 1,4 m, déterminer la valeur de la pression à la sortie du capillaire si on le raccourcit de 4 cm.

2.2. On veut déterminer à quelle distance  $d$  du condenseur la pression du fluide dans le capillaire est égale à 2,5 bar.

Montrer que  $d$  est solution de l'équation résolue dans la question 4 et donner sa valeur.

**Exercice 2 : Étude du système bielle-manivelle du compresseur : (5 points)**

**Le compresseur d'un réfrigérateur comporte un piston entraîné par un système bielle-manivelle.**



AB : bielle de longueur 60 mm

OA : manivelle de longueur 18 mm

Le point O est fixe,

Le point A décrit un cercle de centre O et de rayon OA,

Le point B se déplace entre B<sub>0</sub> et B<sub>1</sub>,

B est en B<sub>0</sub> quand A est en A<sub>0</sub>.

B est en B<sub>1</sub> quand A est en A<sub>1</sub>.

1. Calculer, en mm, la longueur du segment [OB<sub>0</sub>].

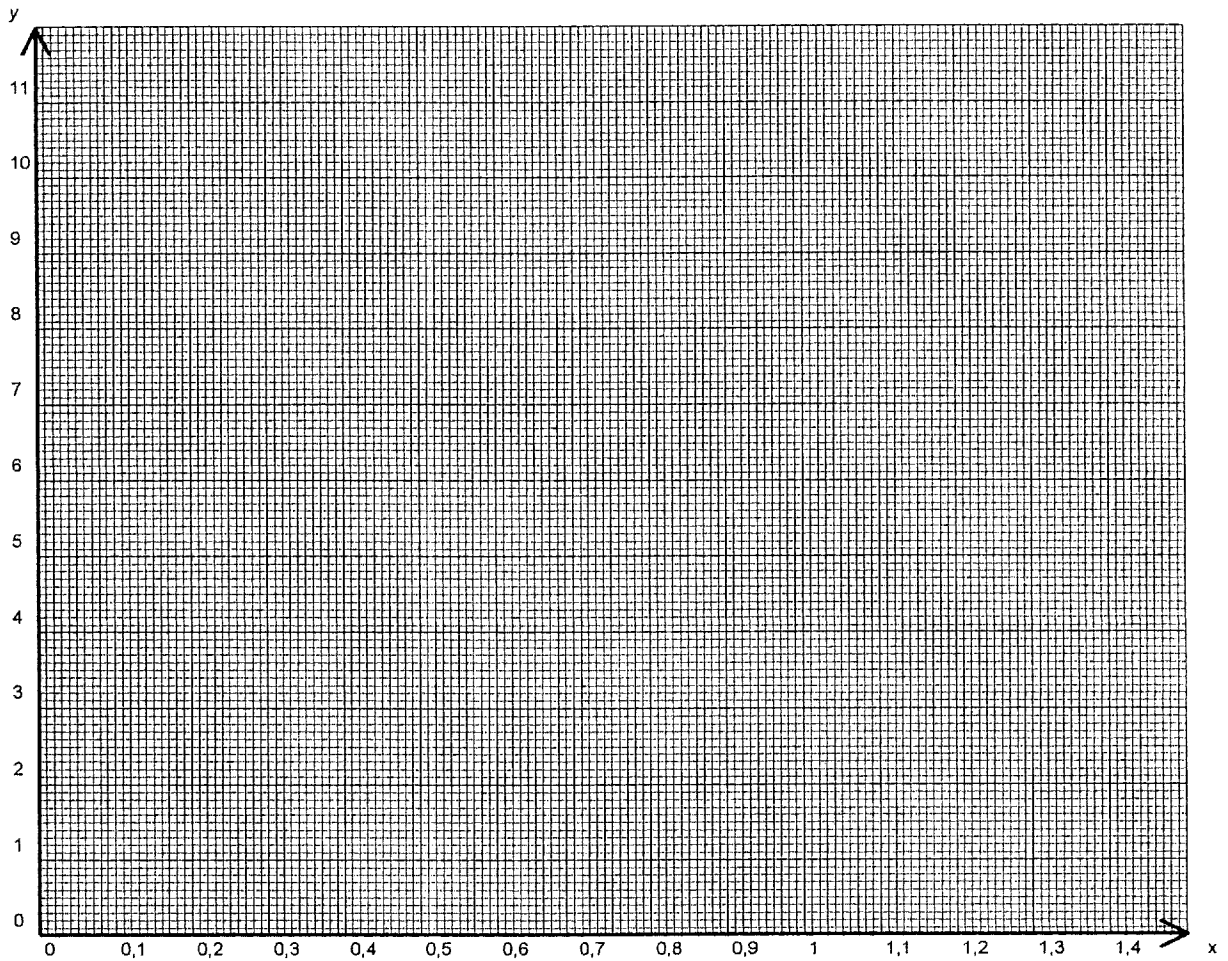
2. A l'instant t<sub>2</sub>, le point A est en A<sub>2</sub>, le point B est en B<sub>2</sub> et la mesure de l'angle  $\widehat{OA_2B_2}$  est 90°. Calculer la longueur arrondie à 0,1 mm du segment [OB<sub>2</sub>].

3. A l'instant t<sub>3</sub>, le point A est en A<sub>3</sub>, le point B est en B<sub>3</sub> et la mesure de l'angle  $\widehat{OA_3B_3}$  est 30°.

En utilisant le formulaire, calculer la longueur arrondie à 0,1 mm du segment [OB<sub>3</sub>].

ANNEXE

A rendre avec la copie



Question 1.2.c

|                  |   |     |
|------------------|---|-----|
| $x$              | 1 | 1,4 |
| Signe de $g'(x)$ |   |     |
| Variation de $g$ |   |     |

Question 3.1

|        |   |     |     |     |      |     |
|--------|---|-----|-----|-----|------|-----|
| $x$    | 1 | 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,35 | 1,4 |
| $g(x)$ | 6 |     |     |     |      | 0,2 |

## PHYSIQUE (7 Points)

La partie Sciences physiques s'intéresse au fonctionnement du réfrigérateur. Les deux exercices sont indépendants.

### Exercice 3 : Le fluide frigorigène : (4 points)

L'isobutane ou R600a est un fluide frigorigène appartenant à la famille des alcanes. Il a pour formule brute  $C_4H_{10}$ .

1. Écrire les formules semi-développées des 2 isomères de formule brute  $C_4H_{10}$ .
2. Le circuit frigorifique du réfrigérateur contient 203 g d'isobutane.
  - 2.1 Calculer la masse molaire moléculaire de l'isobutane.
  - 2.2 Calculer le nombre de moles contenues dans 203 g d'isobutane.
  - 2.3 L'isobutane est considéré comme un gaz parfait. Calculer le volume occupé par 203 grammes d'isobutane, à la température de  $20^\circ\text{C}$  et sous une pression de 1020 hectopascals. Le résultat sera arrondi à  $10^{-3} \text{ m}^3$ .

*Rappels :* Masses molaires atomiques  $M(\text{C}) = 12 \text{ g/mol}$  ;  $M(\text{H}) = 1 \text{ g/mol}$

*Loi des gaz parfaits :*  $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$  avec  $p$  en Pa ;  $V$  en  $\text{m}^3$  ;  
 $n$  en mol ;  $T$  en K

*Constante des gaz parfaits :*  $R = 8,315 \text{ J / (mol. K)}$

$T$  (en K) =  $t$  (en  $^\circ\text{C}$ ) + 273

### Exercice 4 : Le moteur du compresseur : (3 points)

1. Le compresseur comporte un moteur asynchrone monophasé bipolaire alimenté sous une tension de 220 V - 50 Hz . La fréquence de rotation du moteur est 2850 tr/min.

Calculer le glissement  $g$  du moteur. Exprimer le résultat en pourcentage.

*Rappel :*  $g = \frac{n_s - n}{n_s}$        $n_s$  : Fréquence de synchronisme

$n$  : Fréquence de rotation du moteur

2. En une minute, le compresseur fournit au fluide une énergie de 4320 J.
  - 2.1 Calculer la puissance utile du compresseur.
  - 2.2 Calculer la puissance absorbée par le compresseur sachant que son rendement est de 84 % . Arrondir le résultat à l'unité.